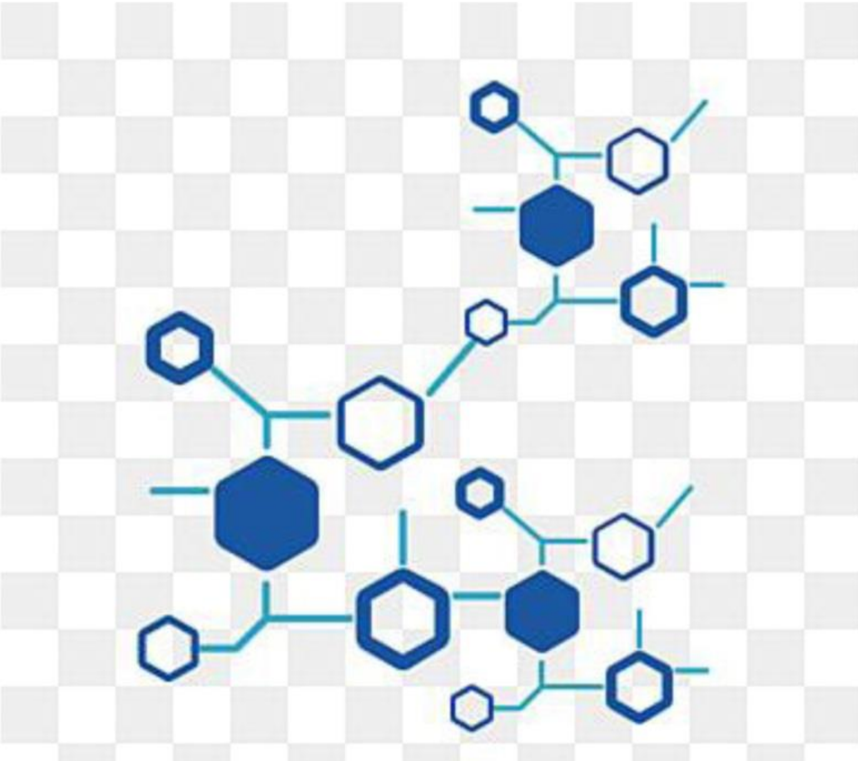
ISSN 2617-8052

ELMİ XƏBƏRLƏR

Riyaziyyat və Təbiət Elmləri seriyası



1 / 2021

ELMİ XƏBƏRLƏR

RİYAZİYYAT VƏ TƏBİƏT ELMLƏRİ

№ 1, 2021

 İSSN 2617-8052

E D I T O R I A L   B O A R D

MÜNDƏRİCAT

1. **Ağayev Ziyafət**.. 5
   Talış dağlarının transsərhəd çayları və onların müasir problemləri
2. **Qulamova Aynurə**..
   Naxçıvan Muxtar Respublikası florasında yayılan Sorbus L. cinsinə daxil olan növlərin təhlili və biomorfoloji xüsusiyyətləri 12
3. **Salmanova Natiqə**.. 21
   Zirinc (Berberis L.) cinsinə daxil olan növlərin əsas zərərvericiləri, xəstəlikləri və onlara qarşı mübarizə tədbirləri
4. **Мерве Зенгин, Натиг Ибрагимов, Габил Ягуб**...................................... 27
   Существование и единственность решения задачи оптимального управления с граничным функционалом для нелинейного стационарного уравнения квазиоптики со специальным градиентным слагаемым

TALIŞ DAĞLARININ TRANSSƏRHƏD ÇAYLARI VƏ ONLARIN MÜASİR PROBLEMLƏRİ

Ziyafət Ağayev

Lənkəran Dövlət Universiteti, Lənkəran, Azərbaycan
e-mail: kreativagayev@gmail.com

Xülasə: Məqalədə Azərbaycanın cənub-şərq hissəsində yerləşən Talış dağlarının Transsərhəd çaylarının qidalanma mənbələri, ortaillik, çoxillik, maksimal su sərfi kəmiyyəti və onların mövsümlər üzrə paylanması, idarə olunması, çaylarda Qlobal iqlim dəyişmələrinin regional təzahürləri və antropogen amillərin qarşılıqlı təsiri nəticəsində yaranan ekoloji problemlər və onların həlli yolları təhlil edilmişdir.

Açar sözlər: axım kəmiyyəti, axım rejimi, su sərfi, hidroloji müşahidələr, transsərhəd çaylar, su problemi

Giriş

Hər hansı bir ərazinin su ehtiyatları dedikdə, həmin ərazinin səth və yeraltı sularının cəmi nəzərdə tutulur. Azərbaycan Respublikasının ərazisinin böyük bir hissəsi arid zonasında yerləşdiyindən onun su ehtiyyatları kifayət qədər deyildir. Belə ki, Azərbaycan Respublikasının ümümi su ehtiyatları 30,9 km^3 hesablanmışdır ki, bunun də cəmi 10,3 km^3–i respublikamızın ərazisində, qalan 20,6 km^3 – i ölkəmizdən kənarda formalaşaraq transsərhəd çaylar vasitəsilə ölkəmizin ərazisinə daxil olurlar [5]. Ölkə ərazisində transsərhəd sular da nəzərə alınmaqla yeraltı və yerüstü suların adambaşına düşən gündəlik miqdarı 10 min litrə yaxındır [3].

Lakin nəzərə almaq lazımdır ki, respublikamızın ərazisində su ehtiyatları qeyri-bərabər paylanmışdır və Talış dağlarının daxil olduğu Lənkəran təbii vilayəti su ehtiyatları ilə nisbətən yaxşı təmin olunmuşdur. Azərbaycan Respublikasının azsulu sahələri Qobustan, Naxçıvan MR və Kür-Araz ovalığıdır. Talış sahəsində axım modulu şimaldan cənuba və qərbdən şərqə doğru artır. Axımın maksimum kəmiyyəti (25/lsan, km^2-dən çox) ərazinin mərkəzi hissəsində Təngərud və Astara çayları hövzələrində minimal kəmiyyəti isə (0,5-0,8/lsan. km^2) ərazinin Viləş çayından şimaldakı hissəsində, həmçinin Lənkəran və Viləş çaylarının mənbələrində müşahidə olunur. Qeyd etmək lazımdır ki, təbii vilayətdə orta illik axımın kəskin azalması müşahidə olunur.

Lənkəran təbii vilayətinin su ehtiyatları ayrı-ayrı müəlliflər tərəfindən müxtəlif dövrlərdə hesablanmışdır. Bu istiqamətdə son tədqiqatlar Z.B.Ağayev tərəfindən yerinə yetirilmişdir. Çay hövzələrinin sahələrini nəzərə almaqla su ehtiyatların hesablanması metodundan istifadə etməklə Z.B.Ağayev müəyyən etmişdir ki, təbii vilayətin ümümi su ehtiyatları 1,64 km^3–dir [1].

Təbii rayonda su ehtiyyatlarının formalaşmasında şübhəsiz ki, Talış dağlarından axan və öz statusuna görə ərazinin başqa çaylarından fərqlənən Astaraçay və Bolqarçay transsərhəd çayları da mühüm rol oynayır. Hər iki çay öz mənbələrini respublikamızın ərazisindən kənarda – İran İslam Respublikasının ərazisindən götürür. Astaraçay bütün uzunluq boyu Azərbaycan Respublikası ilə İran İslam Respublikası arasındakı dövlət sərhədi boyu axaraq öz suyunu Xəzər dənizinə çatdırır. Bolqarçay isə İran İslam Respublikası ərazisindən başlanğıcını götürərərək müəyyən bir məsafədə hər iki dövlət sərhədi rolunu oynayır, sonra isə respublikamızın Biləsuvar ərazisinə daxil olaraq öz suyunu Xəzərin sahilində Mahmudçala bataqlığına çatdırır [8].

Astaraçay Azərbaycan Respublikasının İran İslam Respublikası ilə dövlət sərhədində başlanğıcını Talış silsiləsindəki hündürlüyü 1817 m-ə çatan Şindanqalası dağından götürür və iki dövlət sərhədi boyu axaraq Xəzər dənizinə tökülür. Çay öz adını "ast" və "ara" sözlərinin birləşməsindən almışdır, "dərədə bulaq, çökək yerdən çıxan su" – mənasında ifadə olunur. Bu çayın uzunluğu 36 km, hövzəsinin ümümi sahəsi isə 242 km^2 –dir ki, bunun da 124 km^2-i Azərbaycan Respublikasının ərazisində yerləşmişdir. Astaraçayın 9 əsas qolu var: İstisuçay, Ağçay, Mişinçay və s. Astaraçayı hövzəsinin orta hündürlüyü 470 m, çay şəbəkəsinin orta sıxlığı 1,50 km/km^2-dir [4]. Astaraçayın illik axımının orta illik axımının 22%-ni yeraltı suları, 8%-ni isə qar suları təşkil edir. Qalan 80%-ni yağış suları təşkil edir. Çayda gursulu dövr yaz dövrünə təsadüf edir. Güclü daşqınlar da bu dövrdə baş verir.

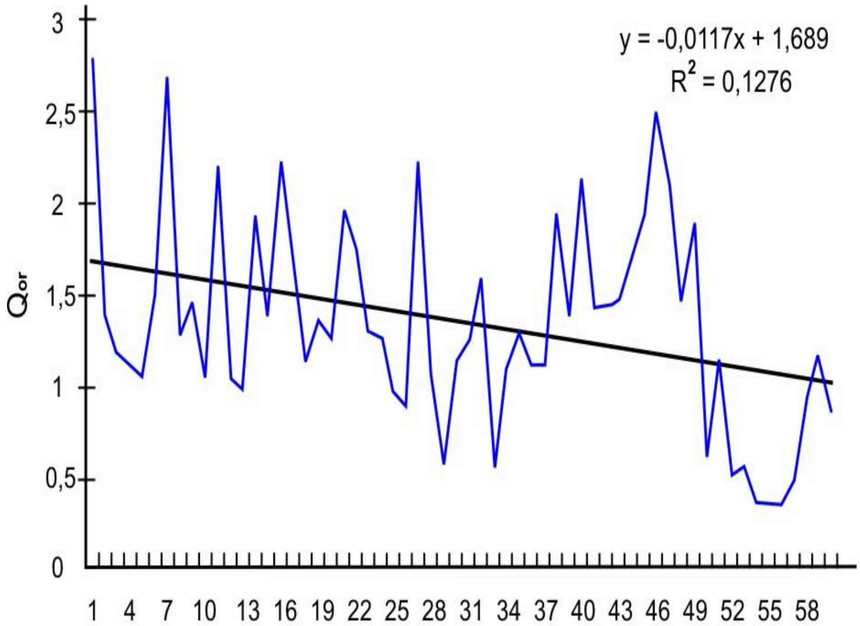
Ortasulu illərdə Astaraçayın orta illik su sərfi 6,92 $м^3/с$, 50% təminatlı orta illik axım həcmi 213,5 mln.m^3 , 99% təminatlı isə 112,3mln.m^3 -dir. Çayda illik axımın 21,1%-i dekabr-fevral aylarında, 33.4%-i mart-iyun aylarında, 5,35-i iyul-avqust aylarında və 40,2%-i sentyabr-noyabr aylarında keçir [5].

Astaraçay üzərində hidroloji müşahidə məntəqəsi yoxdur. Yalnız onun əsas qollarından biri olan İstisuçay üzərində 1941-ci ildən Alaşa məntəqəsi fəaliyyət göstərir [2].

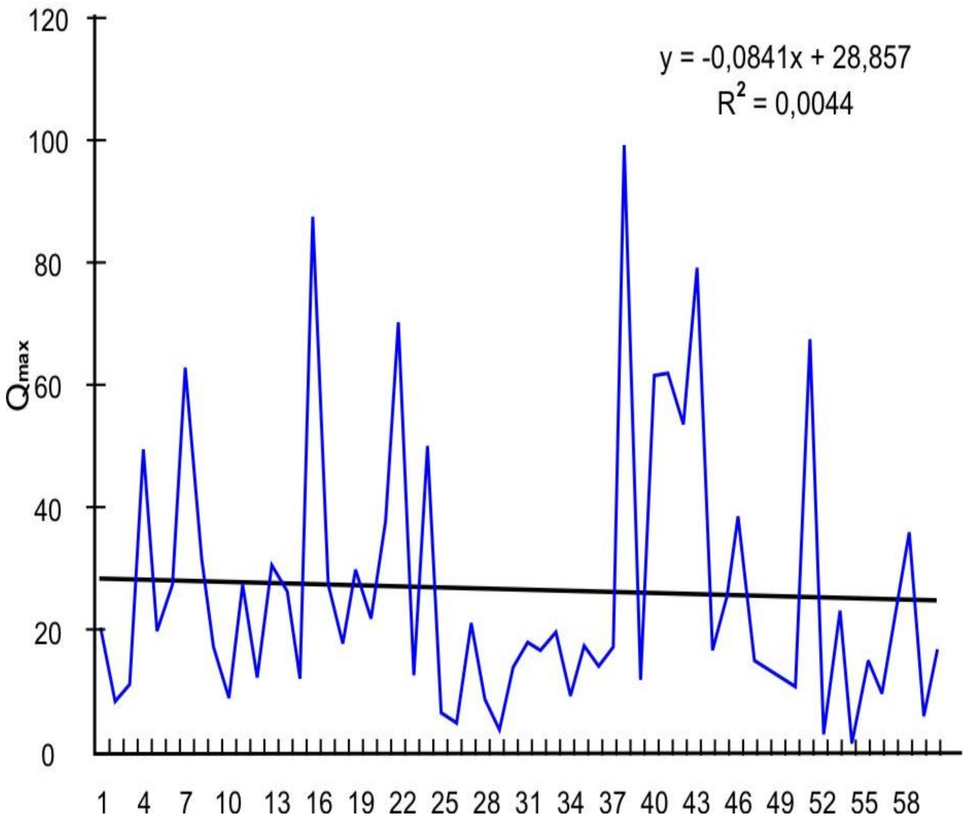
İstisuçayın Alaşa məntəqəsinə qədər sutoplayıcının sahəsi 60,0 km^2 –dir və bu, Astaraçayın sutoplayıcısının 25%-ni təşkil edir. İstisuçayın çoxillik orta su sərfi Astaraçayla müqayisədə təxminən 5 dəfə az olub 1,43 m^3/s-ə bərabərdir.

Astaraçayın özü üzərində müşahidələrin aparılmadığını nəzərə alaraq, onun axım xarakteristikalarının çoxillik dövr ərzində dinamikası haqqında müəyyən təsəvvür əldə etmək məqsədilə, İstisuçay-Alaşa məntəqəsi üçün orta illik və maksimal su sərfləri sıralarının trend analizi yerinə yetirilmişdir (şəkil 1,2).

Göründüyü kimi maksimal su sərfləri sırasında trend yoxdur, lakin orta illik su sərfləri sırasında isə mənfi trend səciyyəvidir. Həm də bu trend 5%-li əhəmiyyətlilik dərəcəsində statistik baxımdan əhəmiyyətlidir.



Şəkil 1. İstisuçay-Alaşa məntəqəsi üçün ortaillik su sərflərinin trendi



Şəkil 2. İstisuçay-Alaşa məntəqəsi üçün maksimal su sərflərin trendi

Bolqarçay İran İslam Respublikası ilə Azərbaycan Respublikası arasında yerləşmişdir. Bu çay haqqında elmi ədəbiyyatda məlumat çox azdır. Çayın və onun hövzəsinin morfometrik göstəriciləri, axımı və su ehtiyyatları haqqında informasiya yalnız S.H.Rüstəmov və R.M.Qaşqayın elmi əsərlərində verilmişdir [5,6]. Hövzəsinin ümumi sahəsi 2170 km^2 , ümumi uzunluğu isə 168 km-ə çatan Bolqarçayın İran İslam Respublikası ərazisində uzunluğu 135 km, Azərbaycanda isə uzunluğu 33 km-ə çatır. Bolqarçayın Azərbaycan hissəsində heç bir hidroloji müşahidə məntəqəsi yoxdur. Belə bir məntəqə 1938-ci ildə Biləsuvar rayon mərkəzi yaxınlığında təşkil olunmuş, lakin bir il fəaliyyət göstərməmiş bağlanmışdır.

Çayın illik axımının 90-95%-i yağış sularından formalaşır. Orta sulu illərdə çayın orta illik su sərfi 2,06 m^3/s, 50% təminatlı orta illik axım həcmi 58,3 mln.m^3 , 99% təminatlı sıfırdır. Çayın axımı il ərzində kəskin qeyri-bərabər paylanır: dekabr-fevral aylarında illik axımın 37,9%-i, mart-iyun aylarında 42,6%-i, iyul-avqust aylarında 2,4%-i, sentyabr-noyabr aylarında 17,1%-i keçir [5].

Transsərhəd çayların sularından istifadə etmək çox zaman siyasi səbəblərdən asılı olduğundan çətinləşir. Bütün quru sahəsinin 45%-ni təşkil edən transsərhəd çayların sayı 263-ə çatır. Dünyanın siyasi xəritəsində olan ölkələrin 25%-i, dünya əhalisinin isə 40%-i bütünlüklə transsərhəd çay hövzəsində yerləşir [3].

Transsərhəd çay hövzələrində yerləşən ölkələr bir qayda olaraq həmin çayların suyundan istifadə zamanı müxtəlif problemlərlə üzləşirlər. Bu problemlər ilk növbədə hüquqi və siyasi problemlərdir. Belə ki, transsərhəd çay hövzələrində yerləşən ölkənin coğrafi mövqeyi onun su siyasətinə çox ciddi təsir göstərir. Çox zaman transsərhəd çay hövzəsinin yuxarı və aşağı hissələrində yerləşən ölkələrin maraq dairələri bir-birindən kəskin fərqlənərək toqquşur. Belə vəziyyətdə hövzənin yuxarı hissəsində yerləşən ölkə həmin çayın suyundan daha sərbəst istifadə etdiyindən onun mühafizəsinə bir oqədər də maraqlı olmadığından bir-çox problemlərə yol açılır. Həmin dövlətlər ərazisindən atılan çirkab suları qəbul edən transsərhəd çaylar sanki sanitar-təmizlik funksiyasını yerinə yetirərək ekoloji təcavüzə məruz qalır. Nəticədə onların sularının keyfiyyəti sanitar normaların tələblərinə cavab verməyən vəziyyətdə Azərbaycan ərazisinə daxil olurlar.

Transsərhəd sulardan istifadədə ikitərəfli, regional və çoxtərəfli əməkdaşlığın vacibliyi beynəlxalq su axınları haqqında bir sıra müqavilə, protokol və konvensiyalarda öz əksini tapmasına baxmayaraq bir sıra ölkələr ya ona qoşulmaq istəmir, ya da tam riayət etmirlər.

Müasir geosiyasi şəraitdə Astaraçay və Bolqarçay hövzələri üçün çox ciddi surətdə əsaslandırılmış su strategiyası hazırlanmalıdır. Həmin çayların axımının qonşu ölkələr arasında bölünməsi üzrə dövlətlərarası müqavilə bağlanmalı və bu zaman ölkəmizin coğrafi mövqeyi, təbii və sosial-iqtisadi xüsusiyyətləri maksimum dərəcədə nəzərə alınmalıdır. Bu prinsipin əsası həmin çayların su ehtiyyatlarından bərabər miqdarda götürülməsi və su ehtiyyatlarının mühafizəsi ola bilər. Belə çayların su ehtiyyatlarından istifadə edilməsi zamanı xüsusi yanaşma tələb etdiyindən adları qeyd olunan çayların hövzələrinin su ehtiyyatlarının qeydiyyatı və istifadəsi hər iki ölkədə eyni qaydada yerinə yetirilməlidir.

Məsələn, Avropa ittifaqı ölkələrində su ehtiyyatlarının inteqrasiyalı idarə olunması haqqında qəbul edilmiş qərarında bu problemə yanaşmanın iki vacib xüsüsiyyəti vardır [7].

1.Hövzənin bütün sularının ehtiyatının (yeraltı,səth) istifadəsinin qeydiyyatı aparılır, su itkiləri minimuma endirilir və sudan daha səmərəli istifadə üçün iqtisadi mexanizmlərin yaradılması təmin olunur.

2.Hövzənin su ehtiyyatlarının idarə olunması, hövzə ekosisteminin digər vacib komponentlərinin (torpaq, bitki örtüyü və s.)idarə olunması ilə əlaqələndirilir.

Qlobal iqlim dəyişmələrinin regional təzahürləri və antropogen amillərin qarşılıqlı təsiri nəticəsində Bolqarçayın suyu azalaraq yayda quruyur.

Bolqarçay üzərində tikilmiş və 1965-ci ildən istismar olunan Bolqarçay su anbarı Biləsuvar rayonu ərazisində, eyni adlı şəhərdən 18 km aralıda yerləşir və onun ümümi həcmi 12,5 mln. m^3-dir. Tikildikdən sonra ilk 14 il ərzində su anbarının ümümi həcminin təxminən 6,5mln.m^3-i lillənmişdir. Layihəyə görə su anbarının ölü həcmi 1 mln. m^3, istifadə müddəti isə 50 il nəzərdə tutulmuşdur. Lakin su anbarında lillənmə sürətlə getmiş və su anbarının faydalı həcmi kəskin azalaraq istifadə üçün yararsız vəziyyətə düşmüşdür [2].

Keçən əsrin 70-ci illərin axırlarında həmin su anbarının rekonstruksiyası planlaşdırılmışdır. Belə ki, bu layihədə anbarın bəndinin hündürlüyünü 3,25 m artıraraq, onun ümumi həcmini 20 mln. m^3-ə, faydalı həcmi 11 mln. m^3-ə, ölü həcmi isə 2,5 mln.m^3-ə çatdırmaq nəzərdə tutulurdu. Ümumiyyətlə ərazinin topoqrafik xüsusiyyətləri ilə əlaqədar su anbarının həcmini bundan çox artırmaq mümkün deyildir. Lakin nəzərdə tutulan bu layihə yerinə yetirilməmişdir [2].

Hal-hazırda Bolqarçayda suyun kəskin azalması və ifrat dərəcədə lillənməsi səbəbindən Bolqarçay su anbarı da öz funksiyasını demək olar ki itirmişdir. Qeyd olunan su anbarının normal fəaliyyətinin bərpası və idarə olunması məqsədilə Bolqarçay üzərində hidroloji müşahidə məntəqəsinin təşkili, su anbarının dağılmış hissələrinin bərpası, transsərhəd çaylarının suyundan istifadə zamanı beynəlxalq konvensiyalara düzgün əməl edilməsi məqsədilə qonşu dövlətlə əlaqənin qurulması və su anbarının lildən təmizlənməsi tövsiyyə olunur.

Qlobal iqlim dəyişmələrinin regional təzahürləri və antropogen amillərin təsiri Astaraçaydan da yan keçməmişdir. Belə ki, son 15-20 il ərzində Astaraçayın suyu həm keyfiyyəti, həm də orta illik axım kəmiyyəti hiss olunacaq dərəcədə aşağı düşmüşdür. Astaraçayın aşağı axınında Alaşa kəndi yaxınlığında Astara İstisuyu adlı istirahət zonası fəaliyyət göstərir. Bütün məişət tullantıları çaya axıdılır, çayda maşınlar yuyulur və s. Digər tərəfdən İstisu bulaqları suyunun minerallaşması dərəcəsi və tempraturu yüksək olduğundan bu sular İstisuçayın sularına qarışaraq nəinki içmək üçün, hətta çayın suyundan əkin sahələrini suvarmaq üçün də istifadə etmək olmur.

Çay hövzələrinin su ehtiyatlarını inteqrasiyalı idarə etmək üçün Qlobal Su Əməkdaşlığı proqramı çərçivəsində təkliflər verilmişdir. Əvvəllər də iri çay hövzələrinin su ehtiyatlarından səmərəli istifadə məqsədilə kompleks sxemlər hazırlanırdı. Keçmiş SSRİ-də Kür çayı hövzəsi üçün belə bir Kompleks Sxem işlənmiş, lakin son nəticədə təsdiq edilməmişdir.

Hər bir çay hövzəsinin faktiki su ehtiyatları, onlardan istifadə, ekosistemlərin vəziyyəti və s. baxımından fərqlidir. Buna görə də çay hövzəsinin idarə olunma planının əsas məqsədləri müxtəlif ola bilər.

-Çay hövzəsinin su ehtiyatlarından səmərəli istifadə;

-Hövzə ekosistemlərinin deqradasiyasının azaldılması və s.

Bütün bunları nəzərə alaraq Azərbaycan Respublikasının Prezidenti Cənab İlham Əliyev tərəfindən 2020-ci il 27 iyul tarixli 2178 nömrəli Sərəncamı ilə təsdiq edilmiş "Su ehtiyyatlarından səmərəli istifadənin təmin edilməsinə dair 2020-2022-ci illər üçün Tədbirlər Planı"nın 1.1-ci bəndinə əsasən su ehtiyatlarının qiymətləndirilməsi, inventarlaşdırılması, modelləşdirilməsi və bununla bağlı məlumatların "Elektron su təsərrüfatı" informasiya sisteminə inteqrasiyası üçün tədbirlərin həyata keçirilməsi məqsədi ilə ölkəmizdə işçi qrupu yaradılmış və onların qarşısında konkret vəzifələr qoyulmuşdur.

Qarşıya qoyulan məqsədlərə nail olmaq üçün yerinə yetirilməsi vacib sayılan işlər müəyyən olunmalı və onları həyata keçirmək üçün lazım olan bütün ehtiyaclar təyin olunmalıdır. Bu ehtiyaclar aşağıda göstərildiyi kimi üç qrupa bölünə bilər:

1)Qanunverici aktlar;

2)Maddi vəsait;

3)Ciddi maarifləndirici fəaliyyət.

Eyni zamanda transsərhəd çayların hövzələrində ölkələrin öhdəlikləri beynəlxalq sənədlərlə təsdiq olunmalıdır. Mövcüd suvarma kanallarında su itkilərini azaltmaq üçün onlar rekonstruksiya olunmalıdır. Çayları çirkab sulardan və bərk tullantılardan, o cümlədən, məişət tullantılarından mühafizə etmək üçün həm çoxlu maddi vəsait, həm də əhali ilə ciddi sürətdə maarifləndirici işlərin görülməsi tələb olunur.

Ədəbiyyat

1. Ağayev, Z.B. (2001) Lənkəran təbii vilayəti çaylarının su ehtiyatları. LDU-nun xəbərləri. Lənkəran. səh 110-113.
2. İmanov, F.Ə. Ağayev, Z.B., (2012) Verdiyev R.H., Ş.Hümbətova. Şərqi Azərbaycan çaylarının su ehtiyatları. Monoqrafiya. Bakı, MBM. 184 s.
3. İmanov, F.Ə. Ələkbərov, A.B. (2017) Azərbaycanın su ehtiyatlarının müasir dəyişmələri və inteqrasiyalı idarə edilməsi. Bakı, Mütərcim. 352 s.
4. Məmmədov, M.Ə. (2002) Azərbaycanın hidroqrafiyası. Bakı, "Nafta-Press". 266 s.
5. Рустамов, С.Г. Кащгай, Р.М. (1989) Водные ресурсы Азербайджанской ССР. Баку, Элм.188 с.

6. Рустамов, С.Г. Кащгай, Р.М. (1978) Водный баланс Азербайджана. Баку, Элм.110с.
7. Директива Европейского Парламента и Совета Европейского Союза. №2000 ЕС от 23 октября 2000 года.101с.
8. Халилов, Щ.Б. (2003) Водохранилища Азербайджана и их геологические проблемы. Баку, БГУ. 310с.

TRANSBOUNDARY RIVERS OF TALYSH MOUNTAINS AND THEIR MODERN PROBLEMS

Ziyafat Agayev
Lankaran State University, Lankaran, Azerbaijan

The article analyzes the asymptomatic influences of the Bolgarchay and Astarachay rivers, which are the transboundary rivers of the Talish Mountains in the south-eastern part of the Republic of Azerbaijan, and the unequal distribution of their seasons. investigated and solutions are shown.

Key words: flow quantity, flow regime, water consumption, hydrological observations, transboundary rivers, water problem

ТРАНСГРАНИЧНЫЕ РЕКИ ТАЛЫШСКИХ ГОР И ИХ СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Зияфат Агаев
Лянкяранский государственный университет, Лянкярань, Азербайджан

В статье анализируется сток трансграничных рек Болгарчай и Астарачай, расположенных в юго-восточной части Азербайджанской Республики, а также неравномерность распределения сезонов, исследованы и показаны решения.

Ключевые слова: количество стока, режим стока, водопотребление, гидрологические наблюдения, трансграничные реки, водная проблема

Daxil oldu: 1.05.2021; Çapa qəbul edildi: 15.06.2021; Çap edildi: 17.08.2021

NAXÇIVAN MUXTAR RESPUBLİKASI FLORASINDA YAYILAN SORBUS L. CİNSİNƏ DAXİL OLAN NÖVLƏRİN TƏHLİLİ VƏ BİOMORFOLOJİ XÜSUSİYYƏTLƏRİ

Aynurə Qulamova

Naxçıvan Universiteti, Naxçıvan, Azərbaycan
e-mail: aynurequlamova82@gmail.com

Xülasə. Sorbus L. cinsinə malik olan növlər dekorativ görünüşə malik olan çiçəkləri ilə qədim dövrdən bəri bir çox tədqiqatçıların diqqətini cəlb etmişdir, lakin bu dövrdən araşdırılmasına baxmayaraq Sorbus L. sistematikası hələ kifayət qədər inkişaf etdirilməmişdir. Maloideae yarımfəsiləsinə aid olan Sorbus L. cinsinin sistematikası mürəkkəbdir. Bunun üçün də cins daxilində taksonomik tərkibin öyrənilməsi üçün sistematik və filogenetik əlaqələrin geniş araşdırılması lazımdır. Bu araşdırmalar Sorbus L. cinsinə daxil olan növlərin toplanılması, onların növ tərkibinin müəyyənləşdirilməsi, məhvolma təhlükəsində olan növlərinin müəyyən edilməsi, botaniki-coğrafi xarakteristikasının müəyyənləşdirilməsi və təbii ehtiyatının hesablanması istiqamətlərində aparılmalıdır. Aparılan tədqiqatlar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, Naxçıvan Muxtar Respublikası florasında Sorbus L. cinisinin 17 növü yayılmışdır. Məqalədə Naxçıvan Muxtar Respublikasında florasında yayılan Sorbus L. cinsinə daxil olan növlərin taksonomik təhlili, botaniki təsviri, biomorfoloji xüsusiyyətləri haqqında məlumat verilmişdir.

Açar sözlər: Sorbus L., növ tərkibi, forma müxtəlifliyi, botaniki təsviri, biomorfoloji xüsusiyyətləri

Giriş

Əvvəlki məqalələrdə qeyd edildiyi kimi, Quşarmudu Sorbus *L.* cinsi Rosaceae fəsiləsinə aid olan yüksək dağlıq qurşaqlarda yetişən ağac və kol bitkisidir. Sorbus *L* cinsi Avropada, Qərbi Asiyada, Qafqazda və Şimal yarımkürəsi zonasında yayılmışdır. Ədəbiyyat məlumatlarına əsasən, son dövrlərə qədər aparılan araşdırmalar nəticəsində Azərbaycanda Sorbus *L.* cinsinin 21 növü, Naxçıvan Muxtar Respublikası ərazisində isə 17 növünün yayıldığı qeyd edilmişdir [8, s. 16-21].

Quşarmudu (Sorbus *L.)* cinsinə aid olan növlərin yarpaqları sadə və mürəkkəb olub, çiçək qrupu isə qalxanşəkilli çətir formasındadır. Sərbəst sütuncuğa malikdirlər. Erkəkciklərin sayı növ müxtəlifliyinə əsasən 15-25 arasında dəyişir. May-iyun ayında çiçəkləyir, sentyabr-oktyabr ayında isə meyvə verirlər. Meyvələrinin rəngi isə ağ, sarı, qırmızı və qara rəngdə olur. Meyvələrin yetişməsi uzun çəkir və qış aylarına qədər qala bilər [1, s. 42-45].

Müəlliflər tərəfindən aparılan tədqiqatlar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, Naxçıvan Muxtar Respublikası florasında Sorbus L. cinsinə aid olan 17 növ (Sorbus aucuparia L., S. boisseri Schneid., S. graeca (Spach) Lood. Ex Schauer (S. baldacii Degen et

Fritsch ex Schneid), S. luristanica (Bornm.) Schönbeck-Temesy, S. persica Hedl., S. roopiana Bordz., S. subfusca (Ledeb.) Boiss., S. takhtajanii Gabr., S. turcica Zinserl. (S.umbellata (Desf) Fritsch), S. albovii Zinserl., S. armeniaca Hedl, S. buschiana Zinserl., S. caucasica Zinserl., S. fedorovii Zaikonn., S. kusnetzovii Zinserl., S. migarica Zinserl., S. tamamschjanae Gabr.) yayılmışdır [2, s. 94-97; 3, s. 83-90] .

***Sorbus aucuparia L.*-Adi quşarmudu.** Sorbus L. cinsinə aid olan bir ağac növüdür. Hündürlüyü 5-15 m, bəzən də 4-20 m olur. Cavan gövdəsi boz rəngli olub, düz və hamardır. Yaşlı növlərinin gövdə qabığı çatlayır və rəngi isə get-gedə tündləşir. Təpə tumurcuqlarının uzunluğu 8-15 sm olub, uzunsov-konusvari şəklindədir. Pulcuğunun rəngi isə qara-qonurdur. Üzəri tüklüdür, qaidəsindən yarpaq ayaları ilə əhatə olunmuşdur. Yan tumurcuqları yarpaq qoltuğunda yerləşərək nisbətən kiçik ölçülü, az tüklüdür. Qırmızımtıl-qəhvəyi rəngdə olan yarpaq sapları 1.5-6.7 sm uzunluğundadır. Yarpaq sapının üzəri seyrək tüklü və ya tamamilə çılpaqdır. Yarpaqları lələkşəkilli mürəkkəb yarpaq olub, 11-17 ədəd yarpaqcıqdan ibarətdir. Yarpaqcıqlar sivri uclu olub, dişli kənara malikdir. Yarpaqcıqların üst hissəsi tüklü olub, tünd yaşıl rəngli, alt hissəsi isə açıq yaşıl rəngdədir. Yarpaqlarının uzunluğu 10-20 sm-ə qədər çatır. Ağ rəngli çiçəklərinin diametri 1 sm-dir. Ləçəklərinin üzəri sıx tüklü olub, 5 mm diametrə malikdir. 5 kasacıq yarpağından ibarət kasacığı tüklü olur, sonra çılpaqlaşır. Dişicik sütuncuğu 2-5 sm olub, qaidəsi tüklüdür. Erkəkciklərinin sayı 20 ədəddir. Qalxan çiçək qrupuna malikdir. Sorbus aucuparia L. may ayında çiçəkləməyə başlayır və 10-15 gün davam edir. Meyvələri qırmızı-narıncı rəngli olub, şarşəkilli formadadır. Meyvəsi giləmeyvədir, avqust-sentyabr aylarında yetişir. [9, s. 553] Coğrafi arealı: Təbii olaraq Avropada, Qafqazda və Sibirdə geniş yayılmışdır. Naxçıvan Muxtar Respublikasında isə Şahbuz rayonunun Biçənək və Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi ətrafındakı meşəliklərdə yayılmışdır.

***S.Boisseri Schneid.*-Buasse quşarmudu**. Buasse quşarmudu Qafqaz quşarmuduna oxşayır. Onları fərqləndirmək bir qədər çətindir. Yalnız tumurcuqlarının iyvari olması ilə ondan fərqlənir. İyvari tumurcuqların üzəri vəzili tükcüklərlə örtülüdür. Yarpağı 11-15 ədəd yarpaqcıqdan ibarətdir. Yarpaqcıqları enli olub, ellepsvarı, lansetvaridir. Eni 2 sm-dən artıqdır. Meyvəsi qırmızı və ya narıncı qırmızı olub, dəyirmi yumurtavaridir, diametri 8-11 mm-dir. Çiçək açması may-iyul ayında baş verir. Sentyabr ayında isə meyvəsi yetişir [7, s. 32].

Coğrafi arealı: Dünyada Qafqazda və Kiçik Asiyada geniş yayılmışdır. Naxçıvan Muxtar Respublikası florasında Şahbuz rayonunun Biçənək və Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi ətrafındakı meşəliklərdə yayılmışdır.

***S. graeca (Spach) Lood. Ex Schauer*-Yunan quşarmudu.** Hündürlüyü 3-4 m bəzən də 7 m-ə qədər olan ağacdır. Çəmənlərdə, qayaların ətrafında və meşələrdə çox halda qrupla, bəzən də tək-tək rast gəlinir. Cavan zoğlarının rəngi qonur, yaşlı gövdə qabığının rəngi isə bozumtuldur. Yarpaqları sadə, enli, tərsinə ellipsvari olub, üst hissəsi hamar, tünd yaşıldır, alt hissəsi isə bozumtul rəngli və tükcüklüdür. Yarpaqların kənarı ikiqat mişardişlidir. Aprelin axırından oktyabra qədər vegetasiyası baş verir. İyunda ağ rəngli çiçək açır. Kürə formalı meyvələri qırmızı rəngdə olub, avqustda yetişir. Meyvəsinin üzəri tükcüklükdür, tam yetişəndə isə göyərir. Toxum və qələmlə çoxaldılır. İşıqsevən mezofitdir. Qışa davamlıdır. Dekorativ bitki kimi bağçılıqda, yaşıllaşdırmada istifadəsi əlverişlidir. Gövdəsi bərk və elastikidir. Yarpaqlarından müxtəlif rəngli boyaq istehsal edilir. Dekorativ bitki olmaqla yanaşı, həm də bal bitkisidir [4, s. 58-69].

Coğrafi arealı: Təbii halda Cənubi Avropada, Krımda, Qafqazda, Kiçik Asiyada bitir. Naxçıvan Muxtar Respublikası ərazisində isə Şahbuz rayonunun Biçənək meşəsi və Batabat gölünün ətrafı, Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi ətrafındakı Tillək, Aşağı və yuxarı Cəlil meşələri, Nəsirvaz kəndi ilə Qaranquş yaylağı arasındakı meşə və kolluqlarda yayılmışdır.

***S. luristanica (Bornm.) Schönbeck-Temesy*-Luristan quşarmudu.** Hündürlüyü 5-6 m, bəzən də 10 m-ə çatan ağac və ya kol bitkisidir. Gövdə qabığının rəngi qırmızımtıl-sarıdır. Qırmızımtıl-qəhvəyi rəngli cavan zoğları çılpaqdır. Tumurcuqları 3-6 mm boyunda olub, üzəri sarımtıl-qəhvəyi tüklü pulcuqlarla örtülüdür. Qısa sivri uca malik olan, ensiz tərs yumurtavari yarpaqları var. Yarpaqlarının üzəri açıq yaşıl, alt hissəsi isə məxmər və ya keçətüklü olub, boz rəngə çalır. Az tüklü saplağa malikdir. Çiçəkləri orta böyüklükdə olub, üzərində 25-40 ədəd çiçək daşıyan səbət çiçək qrupuna malikdir. Çiçəkləri sarımtıl və ya ağ rənglidir. Meyvələri iri və oval şəklində olub, 20-35 mm diametrə malikdir. Meyvələrinin rəngi isə qırmızımtıl sarı və ya qırmızıdır. May-iyun ayında çiçəkləyir, sentyabr ayında isə meyvəsi yetişir. Generativ yolla çoxalır.

Coğrafi arealı: Ümumi halda Qafqazın cənubunda, İran və Türkiyədə yayılmışdır. Naxçıvan Muxtar Respublikasında isə Şahbuz rayonunun Biçənək meşəsi və Batabat gölünün ətrafında yayılmışdır.

***S.persica Hedl.*-İran quşarmudu.** Naxçıvan Muxtar Respublikasının dağ qurşaqlarında dəniz səviyyəsindən 2100-2500 m. yüksəklikdə rast gələnən kiçik ağac növüdür. Hündürlüyü təqribən 3-7 m. olur, bəzən də 10 m-ə qədər çatır. Budaqları açıq-qonur rənglidir. Ellepsvari və ya uzunsov formada olan yarpaqlarının kənarları mişardişlidir. Yarpaqlarının uzunluğu 7 sm, eni isə 6 sm-ə qədər olur. Çiçəklənmə dövrü may-iyun aylarını əhatə edir və çoxçiçəkli salxım çiçək qrupuna malikdir. Ləçəkləri ağdır. Meyvələrinin rəngi adətən narıncı-qırmızı rəngdə olur. Meyvəsi oval formadadır və sentyabr-oktyabr aylarında yetişir. Meyvəsi yetişdikcə rəngini dəyişərək ağımtıl rəng alır. Meyvəsi soyuğadavamlı olub bəzən şaxtalara qədər ağaclarda qalır. Çoxaldılması toxumla baş verir. Bəzən də qələmdən istifadə edirlər. Vegetasiya dövrü uzun çəkir, əksərən 164 gün olur [6, s. 254]. Coğrafi arealı: Ümumi halda Rusiya, Türkiyə, İran və Azərbaycanda yayılmışdır. Naxçıvan Muxtar Respublikasında isə Şahbuz rayonunun Biçənək, Kükü kəndlərinin ətraf meşəliklərində və Culfa rayonunun Xəzinədərə ərazisində yayılmışdır.

***S. roopiana Bordz.*-Roop quşarmudu.** Piramidal təpəli 4-10 metrə qədər çatan kiçik ağac və ya koldur. Cavan ağacların gövdə qabığı qırmızı rəngdə parlaq və düzdür. Təpə tumurcuqları yan tumurcuqlardan daha böyük olub 6-9 mm boyundadır. Yarpaq sapının uzunluğu 1.1-3.1 sm arasında sarımtıl yaşıl rəngdə olub, üzəri pambıq kimi tüklərlə örtülüdür. Yarpağın altı 1-3 (4) sərbəst yarpaqcıqdan ibarətdir, üst tərəfi isə orta damara qədər dərin toplu və ya dərin dişlidir. Yarpağın altı isə yaşılımtıl olub, boz tüklərlə örtülüdür. Sonra bu tüklər tökülür. Yarpağın üzəri tünd yaşıl və çılpaqdır. Dikduran yalançı çətir formasındakı çiçək qrupu 9 sm boyunda, 7-10 sm enindədir. Çirkli ağ rəngdə olan çiçəklər 12-14 mm böyüklüyündə olub, tac yarpaqlarının dib qismində uzun tüklər vardır. Yetişdiyində tünd qırmızı rəng alan meyvələri kürəvari-elleps formasındadır. 10 mm diametrində olan bu meyvələrin içərisində 3-5 ədəd toxum olur.

Coğrafi arealı: Türkiyədə daha çox yayılmışdır. Muxtar respublikamızda Şahbuz rayonunun Biçənək meşəsində yayılmışdır.

***S. subfusca (Ledeb.) Boiss.*-Qonur quşarmudu.** Dəniz səviyyəsindən 2000 m-ə qədər yüksəklikdə yuxarı və orta dağ qurşaqlarında fıstıq meşələrində, qayalıq yerlərdə və meşə kənarlarında təsadüf edilir. Azərbaycanda çox da geniş yayılmamışdır. Təbii arealında hündürlüyü 8-10 m-ə çatan ağac və ya koldur. Yarpaqları iri olub, 7-11 sm uzunluğundadır. Kənarları ikiqat, bəzən də dərin dişlidir. Ucu sivriləşmiş, qaidəyə doğru isə dairəvi və ya pazşəкilli olub tərsinə yumurtavarı və ya ellipsvarıdır. Yarpağın üzəri tünd yaşıl rəngli, alt hissəsi isə sarımtıl yaşıl rəngdə olub, ağ tüklərlə örtülüdür. Yarpaq sapı 0.5-2.0 sm uzunluğundadır, qaidəyə yaxın hissəsi qırmızı-qonurdur. Kasacığı keçətükcüklü və küt dişlidir. Çiçəkləri ağ enli ellipsvarıdır. Meyvəsi kürəvari olub, əvvəl tünd qırmızı, sonralar isə tünd-göyümtül rəngə çevrilir, üzəri xallarla örtülüdür. Təbiətdə generativ yolla çoxalır.

Coğrafi arealı: Ümumi halda Qafqaz və Türkiyədə yayılmışdır. Muxtar respublikamızda isə Şahbuz rayonunun Kükü kəndinin ətrafında yayılmışdır.

S. takhtajanii Gabr.-Taxtacan quşarmudu. 3-6 m boylarında olub, yüksək dağlarda yayılan meşə kollarıdır. Gövdə qabığının rəngi qırmızımtıl bozdur. Tumurcuqları 3-6 mm ölçüsündə olub, üzəri isə 3-4 ədəd pullarla örtülmüşdür. Rombvari-elleps şəkilli yarpaqları 4.5-7 sm boyundadır. Yarpağın üzəri tünd yaşıl və çılpaq, alt hissəsi isə ağ rəngli tüklərlə örtülüdür. Yarpaq sapının uzunluğu 0.7-2 sm-dir. Çiçək qrupu yalançı çətir formasında olub, 25-30 çiçəkdən ibarətdir. Meyvələrinin rəngi narıncı-sarı və ya sarımtıl-qırmızıdır. Kürəşəkilli meyvələri 2-4 toxumludur [5, s. 70].

Coğrafi arealı: Ümumi halda Azərbaycan və Türkiyədə yayılmışdır. Naxçıvan Muxtar Respublikası ərazisində isə Şahbuz rayonunun Biçənək meşəsi və Sarvartı dağının ətəklərində yayılmışdır.

S. turcica Zinserl. (S.umbellata (Desf) Fritsch)-Türkiyə quşarmudu. Ortaboylu ağac və ya kol bitkisidir. Tumurcuqları az keçə tüklüdür. Yarpaqların qaidəyə yaxın hissəsi dəyirmiləşmiş və ya enli pazvaridir və uc hissəsi kütdür. Yarpağının eni 4-6 sm, uzunluğu isə 5-7 sm-dir. Yan damarları 6-8 cütdür. Üstdən çılpaq, alt hissəsi isə sıx keçətüklüdür. Yarpaq kənarındakı dişlərin sayı 10-20 ədəddir. 5-1.5 sm uzunluğunda olan yarpaq sapı keçətüklüdür.

Sivri uclu, yumurta şəklində olan tumurcuqları 3-4 ədəd pulcuqlarla örtülmüş, az yapışqanlıdır. Çiçək saplağı, kasacığı və yetişmiş meyvələri ağ keçətüklüdür. Kasacığın dişləri üçbucaq şəklindədir. Meyvələri kürəvi tünd qırmızı rəngli olub, 3-4 toxuma malikdir. May ayında çiçək açır, avqust-sentyabr ayında meyvə verir.

Coğrafi arealı: Ümumi halda Krım, Qafqazın şimalında, Türkiyədə yayılmışdır. Muxtar Respublikamızda isə Şahbuz rayonunun Biçənək, Ayrınc, Kükü, Ordubad rayonunun Nürgüt, Urmus, Məzrə kəndlərinin və Sədərək rayonunun ərazilərində yayılmışdır.

S. albovii Zinserl.-Albov quşarmudu. Dəniz səviyyəsindən 1800-2000 m yüksəkliklərdə subalp zonada fıstıq və şam meşələri arasında yayılan ağac və ya kol bitkisidir. Az tükcüklü və ya çılpaq tumurcuqları var. Tərs yumurtavari və ya ellipsvari yarpaqları qaidədən az daralmış və ya dairəvidir. Adətən sivri uclu olub, 7-10 sm uzunluqda, 4-7 sm enindədir. 8-11 cüt yan damarları var. Yarpağın üst tərəfi çılpaq (ilk vaxtlar damarlar boyunca az tükcüklü), alt tərəfi isə yaşıl və zəif tükcüklüdür. Kənarları dişciklidir, yuxarı tərəfi adətən aydın olmayan ikiqat dişciklidir, kəskin iti dişciklər yarpağın ayəsinə kimi çatır. Kasacığı keçətükcüklü olub, dişcikləri üçbucaq şəklində sivridir. Ləçəkləri yumurtavaridir. Meyvələri dəyirmi və ya oval şəkilli olub qırmızıdır, tam yetişəndə göy rəng alır. May-iyun aylarında çiçək açır, avqust- sentyabrda isə meyvəsi yetişir. Coğrafi arealı: Təbii halda Qafqazda geniş yayılmışdır. Naxçıvan Muxtar Respublikası ərazisində Şahbuz rayonunun Biçənək və Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi ətrafındakı meşəliklərdə yayılmışdır.

***S. armeniaca Hedl.*-Erməni quşarmudu.** Meşənin yuxarı sərhədi boyunca dəniz səviyyəsindən 1500-2300 m yüksəklikdəki qayalıq yerlərdə bitən kol və ya alçaqboylu ağacdır. Yumurtavarı, ellepsvarı və ya uzunsov ellipsvari yarpaqları qaidəyə yaxın hissə dərinləşmişdir. Yarpağın ucu sivri və ya az hallarda kütdür, 6-8 sm uzunluqda, 3,5-5 sm enində olub, kənarı çox dərin olmayan 5-7 dilimlidir (aşağı dilimlər yarpaq ayası eninin yarısının 1/2-1/3 hissəsinə qədər çatır). Dişlərin sayı 30-36-ya çatır. Üstdən tünd yaşıl və çılpaq, altdan bozumtul və ya ağ rəngli sıx keçətükcüklüdür. Yarpağın üzərində 9-10 cüt yan damarları vardır və onlar yarpağın altında aydın seçilir. Çoxçiçəkli çiçək qrupuna malikdir. Kasacığın kənarları sivri üçbucaq şəklindədir. Ləçəkləri ağ rənglidir, forması isə yumurtavarıdır. 1,0-1,2 sm uzunluğunda, 0,8-1,1 sm enində olan meyvələri oval və ya dairəvi formasındadır. Yanlardan azacıq basılmışdır, tək-tək və ya 3-7 ədədi birlikdə qalxanlarda toplanmışdır. Yetişmiş meyvələri qırmızı olub, quruyanda göyərir. May-iyun aylarında çiçək açır, sentyabr- oktyabrda meyvələri yetişir.

Coğrafi arealı: Təbii halda Qafqazda yayılmışdır. Muxtar respublikamızda isə Şahbuz rayonunun Biçənək və Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi ətrafındakı meşəliklərdə rast gəlinir.

***S. buschiana Zinserl.*-Buş quşarmudu.** Dəniz səviyyəsindən 1850-2200 m yüksəklikdə seyrək meşəliklərdə bitən hündürlüyü 4-6 m-ə çatan alçaqboylu ağac və ya koldur. Yarpaqlarının uzunluğu 10-11 sm-dir. Yarpaqları ikili olub, bar verən zoğlarda enli və ya yumurtavarı-ellepsvarı, meyvəsiz zoğlarda isə neştərvaridir. Yarpaqdakı yan damarlarının sayı 10-11 cütdür, kənarları ikiqat dişlidir. Alt səthi boz yaşılımtıl keçəvari tükcüklüdür. Qaidəsinə getdikcə pazvari formasını alır.

Coğrafi arealı: Təbii halda Qafqazda geniş yayılmışdır. Muxtar respublikamızın florasında isə Şahbuz rayonunun Biçənək və Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi ətrafındakı meşəliklərdə yayılmışdır.

S. caucasica Zinserl.-Qafqaz quşarmudu. Hündürlüyü 4-7 m-ə qədər çatan, geniş təpəli alçaqboylu ağac və ya kol bitkisidir. Gövdə qabığı qırmızımtıl tünd boz rəngli, hamar üzlüdür. Yarpaqları tərs yumurtavari, dəyirmi, enli ellepsvari və ya bəzi hallarda uzunsov ellepsvari olan yarpaqları qaidəyə yaxın hissədə enli pazşəkilli formasını alır. Kütuclu və ya və ya sivriuclu olub, (8) 10-12 (15) sm uzunluqda və 6-11 sm enindədir. Kənarı çox da dərin olmayan 5-7 dilimlidir (dilimlər yarpağın eninin 1 (3-1) 4 hissəsinə qədər çatır). Sivri dişlərinin sayı 30-35-ə çatır. Yarpaqların üzəri tünd yaşıl rəngli olub çılpaqdır, altdan isə sıx boz və ya ağımtıl keçətükcüklüdür. Yarpaqda 7-9 cüt yan damarlar var. Digər növlərdə olduğu kimi yarpağın alt səthində damarlar aydın seçilir və keçətükcüklüdür. Yarpaq sapının uzunluğu 1.2-2.2 sm arasındadır. Çoxçiçəkli çiçək qrupuna malik olub, 40-50 (-70) çiçək daşıyır. Çiçək saplağı keçətükcüklüdür. Ləçəkləri ağ və tərs yumurtavaridir. Meyvələri uzunluğu 1,0-1,4 sm, eni isə 0,6-1,1 sm-dir. Forması ovalşəkilli və ya azca uzunsovdur, 7- 12 (20) ədədi birlikdə qalxanlarda toplanmışdır. Yetişmiş meyvələri qırmızı olub, çılpaqdır, quruyanda göyərir. 2-3 ədəd qırmızımtıl qəhvəyi rəngli toxumları 5-6 mm uzunluqdadır. May-iyun aylarında çiçək açır, avqust-sentyabrda isə meyvəsi yetişir.

Coğrafi arealı: Təbii halda Şərqi və Qərbi Qafqazda geniş yayılmışdır. Naxçıvan Muxtar Respublikası florasında isə Şahbuz rayonunun Biçənək kəndi ətrafındakı meşəliklərdə rast gəlinir.

S.fedorovii Zaikonn. **- Fyodorov quşarmudu.** Dəniz səviyyəsindən 1600-2000 m yüksəklikdə bitən kol bitkisidir. Hündürlüyü 2 m-dir. Yarpaqlarının uzunluğu 7-10 sm-dir. Kənarları ikiqat, bəzən də dərin dişcikli olub, tərsyumurtavari və ya ellepsvaridir. Sivriləşmiş uca malik olub, qaidəyə doğru getdikcə pazşəkilli daralmışdır. Yarpağın alt üzündə damarlar aydın seçilir. Yarpaq saplağının rəngi qırmızı-qonurdur. Qalxan çiçək qrupuna malikdir və çiçək saplaqları çılpaqdır. Kasacığı кeçətükcüklü, qabarcıqlı və кüt dişlidir. Ağ rəngli ləçəkləri enli ellepsvari olub, kasacıqdan demək olar ki, 2 dəfə uzundur. Meyvələri kürəvari olub, əvvəl qırmızı, sonralar isə tünd-göyümtül rəngdə olur. İyun ayında çiçək açır, sentyabr - oktyabrda isə meyvəsi yetişir.

Coğrafi arealı: Ümumi halda Qafqazda, əsasən də Cənubi Qafqazda geniş yayılmışdır. Muxtar Respublikamızda isə Şərur rayonu Axura kəndi ətrafi Hadı Kayıb, Quzuyatan ərazilərindəki meşə kolluqlarda yayılmışdır.

S. kusnetzovii Zinserl. - Kuznetsov quşarmudu. Dəniz səviyyəsindən 1200-2400 m yüksəklikdə orta və yuxarı dağ zonalarında, palıd meşələrində, açıq qayalı yamaclarda bitən hündürlüyü 5-6 m-ə çatan kol və ya alçaqboylu koldur. Cavan zoğları qırmızımtıl-qəhvəyi rəngli olub, üzəri çılpaqdır. Tumurcuqları keçəvari tükcüklü olub, üzəri 3-4 ədəd parlaq pulcuqlarla örtülüdür. Yarpaqları enli, tərs ellepsvari və ya ellepsvaridir. Yarpağın qaidə hissəsi pazvari ensizləşir. 5-8 sm uzunluqda və 4-6,5 sm enində olan yarpağın ucu sivri və ya nadir hallarda küt olur. Üst tərəfi çılpaq, yaşıl, alt tərəfdən isə bozumtul sıx keçətükcüklüdür. Yarpaqdakı yan damarların sayı 7-10 cütdür və kənarı ikiqat dişlidir. Yarpaq sapı 1.9-2.1 sm uzunluğundadır və üzəri ağ tükcüklərlə örtülüdür. Ləçəkləri ağ, dəyirmiləşmişdir. 1,3 sm uzunluğunda, 1,1 sm enində olan kürəvari meyvələri qalxanlarda toplanmışdır.

Coğrafi arealı: Ümumi halda Qafqaz, Livan və Türkiyədə rast gəlinir. Muxtar Respublikamızda isə Şahbuz rayonunun Biçənək və Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi ətrafındakı meşəliklərdə yayılmışdır.

S. migarica Zinserl. - Miqariya quşarmudu. Dəniz səviyyəsindən 2000 m yüksəklikdə bitən, hündürlüyü 2-3 m olan koldur [8, s. 16-21]. Hamar gövdə qabığı açıq boz rənglidir. Cavan budaqları qırmızımtıl qəhvəyi, yaşlı budaqları isə tünd boz rəngdədir. Sivri uclu tumurcuqlar 3-4 ədəd pulcuqlarla örtülmüş 4-6 mm boyunda olub, az yapışqanlıdır və zəif keçətükcüklüdür. Yumurta formasında olan yarpaqları (5) 7-9 (10) sm uzunluqda, (4,5) 6-7 (8) sm enindədir, yuxarı hissəsi kütdür. 8-10 cüt yan damarları var. Üst səthi damarlardan başqa çılpaq və ya zəif tükcüklüdür. Alt səthinin damarlar arası sıx ağ keçəvari tükcüklü, damarların üzəri isə çox zəif tükcüklüdür. Ona görə də yarpağın alt səthində damarlar daha aydın seçilirlər. Yarpağın kənarı aşağı hissədən tamkənarlı, yuxarıya doğru hissəsi isə (1/8-1/3) dişciklidir və bu dişciklərin sayı 20-25 ədəddir. Yarpaq və çiçək saplağı qısa və ağ keçətükcüklüdür. Çiçəklənmədən sonra aşağı əyilən üçbucaq şəkilli dişcikli olan kasacığın üzəri ağ keçətükcüklüdür. 1,1-1,3 sm uzunluqda, 1,0-1,2 sm enində tünd qırmızımtıl rəngli meyvələri var. Kürəvari meyvələrin içərisində 3-4 ədəd toxum olur. May-iyun aylarında çiçək açır, sentyabr-oktyabrda isə meyvəsi yetişir.

Coğrafi arealı: Ümumi yayılışı Qərbi Qafqazda və Türkiyədə olur. Muxtar respublikamızda isə Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi ətrafındakı seyrək meşəlikdə rast gəlinir.

***S. tamamschjanae Gabr.* - Tamamşyan quşarmudu**. Qarışıq meşələrdə rast gəlinən 3-6 m hündürlüyündə olan kol və ya alçaqboylu ağacdır. Sarımtıl-qəhvəyi rəngli hamar gövdə qabığına malikdir. 2.5-9 sm uzunluqda, 1.5-5 sm enində olan yarpaqları yumurtavari və ya ellipsvari olub, qaidəyə yaxın hissəsi pazvari daralmışdır. Yarpağın ucu kütdür. Üst səthi tünd yaşıl, çılpaq, alt səthi isə sıx boz və ya ağımtıl keçətükcüklüdür. Yarpaq dilimləri dərindir və kənarı kiçik dişciklidir. Yan damarlarının sayı 7-9 cütdür [3, s. 83-90]. Çoxçiçəkli qalxanvari çiçək qrupuna malikdir. Çiçək saplağı ilk vaxtlar tükcüklü olub, sonralar çılpaqlaşır. Ağ rəngli ləçəkləri yumurtavaridir. 1,2 sm uzunluqda, 1,1 sm enində olan enli ellipsvari meyvələri 5- 11 (18) ədədi birlikdə qalxanlarda toplanmışdır. Yetişmiş meyvələri açıq narıncı rəngdə olub, parlaqdır. 0,6 sm uzunluqda, 0,2 sm enində olan açıq qəhvəyi rəngli toxumların sayı 3 ədəddir. Dadı çox da şirin olmayıb, ağız büzücüdür. May-iyun aylarında çiçək açır, sentyabr-oktyabrda isə meyvəsi yetişir.

Coğrafi arealı: Ümumi halda Qafqazda və Türkiyədə rast gəlinir. Muxtar respublikamızda isə Şahbuz rayonunun Biçənək, Ordubad rayonunun Nürgüt kəndi və Şərur rayonunun Qaraquş dağı Lizbirt ərazisi ətrafındakı seyrək meşəliklərdə yayılmışdır.

Naxçıvan Muxtar Respublikası florasında yayılan Sorbus L. cinsinə aid olan növlərin tədqiqatı zamanı ədəbiyyat materiallarından əlavə muxtar respublika ərazilərindən müxtəlif illərdə toplanılaraq AMEA Naxçıvan Bölməsi Bioresurslar İnstitutunun herbariumunda saxlanılan nümunələrdən də istifadə olunmuşdur.

Ədəbiyyat

1. Azərbaycanın ağac və kolları. Bakı: Elm, 1970, C. 3, 323 s.
2. İbrahimov, Ə.M. (2008) Naxçıvan Muxtar Respublikası florasında yayılan quşarmudu (*Sorbus* L.) növlərinin sistematik təhlili və yayılma zonaları // AMEA Naxçıvan Bölməsinin Xəbərləri. Təbiət və texniki elmlər seriyası, № 4, s. 94-97.
3. Talıbov, T.H. İbrahimov, Ə.M. (2017) Naxçıvan Muxtar Respublikası florası üçün yeni quşarmudu (*Sorbus* L.) növləri // Azərbaycan MEA-nın Xəbərləri (biologiya və tibb elmləri), c. 72, № 1, s. 83-90.
4. Talıbov, T.H. İbrahimov, Ə.M. Qənbərli A. (2014) Naxçıvan Muxtar Respublikası florasında yayılan *Rosaceae* Adans. fəsiləsinə aid nektar və çiçək tozu verən ağac və kollar / Naxçıvan Dövlət Universiteti. Regionda arıçılığın inkişaf perspektivləri. Beynəlxalq elmi praktik konfrans, Naxçıvan, s. 58-69.
5. Talıbov, T.H. (2001) Naxçıvan MR-in flora biomüxtəlifliyi və onun nadir növlərinin qorunması (Cormobionta üzrə). Bakı: Elm, 192 s.
6. Məmmədov, M.S. Əsədov K.S. Məmmədov F.M. (2000) Dendrologiya. Bakı: Azərbaycan Ensiklopediyası Nəşriyyat-Poliqrafiya Birliyi, 388 s.
7. Гроссгейм, А.А. (1952) Флора, Кавказа. М.-Л.: Из-во АН СССР, т. 5, 453 с.
8. Гасумова, Т.А. Алиева, З.С. Сафкулиева, Т.Д. (2014) Обзор видов рода *Sorbus* (*Rosaceae*) в Азербайджане // AMEA-nın Xəbərləri (biologiya və tibb elmləri), C. 69, №3, s.16-21.
9. Bilge Tunçkol, Necmi Aksoy, Özgür Eminağaoğlu *Sorbus L.* (Üvəzlər) Ankara, 2018.

BIOMORPHOLOGICAL CHARACTERISTICS AND DISTRIBUTION ZONES OF SORBUS L. GENDER SPECIES THAT SPREAD IN THE FLORA OF THE NAKHCHIVAN AUTONOMOUS REPUBLIC

Aynure Gulamova
Nakhchivan University, Nakhchivan, Azerbaijan

Species of the genus *Sorbus* L. with their decorative appearance have captured the imagination of many researchers since ancient times, but despite the study of that period, the systematics of *Sorbus* L. is not yet sufficiently developed. The taxonomy of the genus *Sorbus* L., which belongs to the subfamily *Maloideae*, is complex. Thus, it is necessary to research the systematic and phylogenetic relations comprehensively in order to study the taxonomic composition within the species. These studies should be conducted to collect species belonging to the genus *Sorbus* L., to determine their species composition, to identify endangered species, to determine the botanical and geographical characteristics and to calculate natural resources. As a result of the researches conducted previously, it was determined that 17 species of *Sorbus* L. genus are distributed in the flora of the Nakhchivan Autonomous Republic. The article provides information on taxonomic analysis, botanical description, biomorphological features of species belonging to the genus *Sorbus* L. distributed in the flora of the Nakhchivan Autonomous Republic.

Key words: Sorbus L., species composition, variety of form, botanical description, biomorphological features

БИОМОРФОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ЗОНЫ РАСПРОСТРОНЕНИЯ ВИДОВ SORBUS L. НА ФЛОРЕ НАХЧИВАНСКОЙ АВТОНОМНОЙ РЕСПУБЛИКИ

Айнуре Гуламова
Университет Нахчыван, Нахчыван, Азербайджан

Виды *Sorbus* L. с соцветиями декоративной внешностью издревле привлекали внимание многих исследователей, но, несмотря на ранние исследования, систематика *Sorbus* L. развита недостаточно. Систематика *Sorbus* L. подсемейства *Maloideae* сложна. Поэтому для изучения таксономичного состава нужно обширное исследование систематических и филогенетических связей. Эти исследования должны проводиться в области сбора видов *Sorbus* L., определения состава вида, уточнения видов, которые могут исчезнуть, определения ботаника-географических характеристики и расчета природных запасов. В результате исследований установлено, что в Нахчыванской Автономной Республики распространено 17 видов рода *Sorbus* L. В статье даны сведения о таксономичном анализе, ботаническом описание, биоморфологические особенности видов *Sorbus* L., распространенных на флоре Нахчыванской Автономной Республики.

Ключевые слова: Sorbus L., видовой состав, разнообразие форм, ботаническое описание, биоморфологические особенности

Daxil oldu: 1.05.2021; Çapa qəbul edildi: 15.06.2021; Çap edildi: 17.08.2021

ZİRİNC (BERBERİS L.) CİNSİNƏ DAXİL OLAN NÖVLƏRİN ƏSAS ZƏRƏRVERİCİLƏRİ, XƏSTƏLİKLƏRİ VƏ ONLARA QARŞI MÜBARİZƏ TƏDBİRLƏRİ

Natiqə Salmanova

Naxçıvan Universiteti, Naxçıvan, Azərbaycan
e-mail: aydansalmanova@gmail.com

Xülasə. Zirinc (Berberis L.) hər cür torpaqlarda yetişdirilə bilən və qulluq tələb etməyən bitkilərdən biridir. Bununla belə bitkinin yaxşı inkişafı, çiçəkləməsi, bol məhsul verməsi üçün zirinc də müəyyən dərəcədə baxım tələb edə bilir. Zirinckimilər (Berberidaceae Juss.) fəsiləsinə aid olan zirinc (Berberis L.) cinsinin növləri- adi zirinc (b.vulgaris), gürcü zirinci (b. iberica), sıxçiçək zirinc (b.densiflora), yumrumeyvə zirinc (b.sphaerocarpa), şərq zirinci (b. orientalis), tamkənaryarpaq zirinc (b. integerrima) Naxçıvan MR-in 1100-2300 metr yüksəkliyində, dağlıq yerlərdə, çılpaq qayalıqlarda, çay yatağında geniş şəkildə yayılmış, muxtar respublikanın iqliminə uyğunlaşmış, iqlim amillərinə tələbkar olmayan bitkilərdir. Zirinc növlərini çoxaltmaq məqsədi ilə, yaşıllaşdırma işlərində geniş istifadə etmək üçün ona zərər verən orqanizmləri, zərərvericilərin yaratdığı xəstəlikləri, onlardan mübarizə yollarını bilmək lazımdır. Tədqiqatlar zamanı məlum olmuşdur ki, zirinc növlərində əsas xəstəlik yayan orqanizmlər-göbələklərdir. Həmçinin bakteriyalar, zərərverici həşəratlar və digər bu kimi orqanizmlər də zirincin zərərvericiləri hesab olunur. Bu zərərvericilər bitkinin zəif inkişaf etməsinə, məhsuldarlığının aşağı düşməsinə və ya son nəticədə onun məhv olmasına səbəb olur. Canlı orqanizmlərlə yanaşı iqlim amillərinin də bitkilərin həyatında, böyümə və inkişafında, maddələr mübadiləsinin gedişində mühüm rol oynadığını qeyd etməliyik. Belə ki, şəhər mərkəzlərində əkilən zirinc əlverişsiz iqlim amillərinə qarşı dayanıqlıdır. Ancaq tozlu və çirkli havada və ya torpaqda suyun miqdarı çox olduqda onun köklərinin tənəffüsünün pozulmasına, dekorativ görünüşünün itməsinə və ya bitkinin qurumasına səbəb ola bilir. Bu məqalədə zirinc bitkisinin zərərvericiləri, xüsusən pas göbələklərinin zirinc bitkisində yaratdığı xəstəliklər, onun nəticələri və bitkini qorumaq üçün görülən tədbirlər haqqında məlumat vermişik.

Açar sözlər: zirinc, pas göbələyi, buğda, zirincin məhv edilməsi, bitki xəstəlikləri

Giriş

Zirinc bitkisinin əsas zərərvericilərindən biri pas göbələkləri sırasına (Uredinalis) daxil olan göbələklərdir. Bu göbələklər toz şəklində olan parazit göbələklər olub sporlar əmələ gətirmək xüsusiyyətinə malikdir. Bu göbələklərdən *Puccinia graminis* zirincin əsas zərərvericilərindən biridir. *P.graminis* dənli bitkilərdə zolaqlı və ya gövdə pası xəstəliyinin törədicisidir; aralıq sahib–zirinc bitkisidir [1, s.84]. Göbələk zirincin yarpaqlarında ağ, narıncı və ya qonur rəngli ləkələr əmələ gətirir. Hər hansı tədbir görülməzsə ləkələr tamamilə çoxalır, pas göbələyinin mitseliləri bütün hüceyrələrə yayılaraq bitkinin zoğlarının deformasiya olmasına və maddələr mübadiləsinin pozulmasına səbəb olur. Pas göbələkləri 5-28 °C intervalında daha sürətlə inkişaf edir. Bu müddət təxminən 5-10 gün ərzində baş verir.

Əgər yağış yağarsa bu prosesin intensivliyi yavaşlayır. Ancaq yenə yağışdan sonra isti havada nəm buxarlandıqca göbələklərin sürətlə artması başlayır və zirincin bütün yarpaqları xəstəliyə yoluxur. Mitselilər xəstə toxuma daxilində inkişaf edərək yarpağın alt və üst hissəsinə yaxın yerlərdə sporlar əmələ gətirirlər [2, s.289]. Pas göbələyinin sporları müxtəlif yollarla taxıl bitkilərinin üzərinə daşınır, onların üzərində intensiv şəkildə yayılaraq taxılın məhsuldarlığını kəskin sürətdə aşağı salır [5].

Taxılçılıqla məşğul olan insanlara zirinc ilə taxıl bitkiləri arasında əlaqə 1600-cü illərdən məlum idi. Belə ki bəzi fermerlər zirinc ilə buğdada xəstəlik törədən pas göbələklərinin əlaqəsi olduğunu güman edirdilər. Taxılçılığa böyük zərər verən pas göbələklərin aralıq sahibinin zirinc bitkisi olması ilk dəfə həmin illər bir çox alimlər tərəfindən müəyyən olunsa da o vaxt elmi şəkildə əsaslandırılmamışdır [4]. Zaman-zaman fermerlərdən topladığı məlumatlara əsaslanaraq alman alimi Anton De Bary 1865-ci ildə göbələklə zirinc arasındakı əlaqəni müəyyən etdi və bu prosesin gedişatını elmi şəkildə əsaslandırdı [4].

Başqa alimlərin də apardığı tədqiqatlar nəticəsində zirinc növlərinin, xüsusilə də adi zirinc-*Berberis vulgaris* növünün taxıl bitkilərinə zərər vuran pas göbələklərinə ev sahibliyi etməsi məlum oldu.

1800-cü ilin sonu, 1990-cu ilin əvvəllərində ABŞ-ın şimalında taxılçılıqla məşğul olan bölgələrdə buğda zəmiləri birdən-birə pas xəstəliyinə tutuldu və taxılçılıq böyük zərər gördü. Beləliklə, 1918-ci ilin əvvəllərində xəstəliyin səbəbləri öyrənilməyə başladı və həmin ildə taxıl istehsal edən ölkələrin işbirliyi ilə “Zirincin Məhv edilməsi Proqramı” yaradıldı. 1976-cı illərə qədər qüvvədə olan bu proqrama əsasən 1918-1976-cı illərdə Afrika, Avropa qitələrinin əksər ölkələrində zirinc növlərinin, əsasən də Berberis vulgaris L.-Adi zirinc və *Berberis thunbergii* DC- Yapon zirincinin kütləvi şəkildə məhv edilməsi haqqında qərarlar qəbul edilmiş və bu müddət ərzində 5 milyona yaxın zirinc kolları yandırılmış, dibinə duz tökülərək qurudulmuş və bu işə yerli camaat, hətta uşaqlar da cəlb olunmuşdur [3].

Xüsusilə, I dünya müharibəsi illərində çörək qıtlığı səbəbi ilə geniş yayılmış pas xəstəliyinin qarşısını almaq üçün kütləvi şəkildə ABŞ, İtaliya, Almaniya və digər ölkələrdə adi zirincin məhv olunması daim gündəmdə olmuşdur. 1975-ci ildə zirincin məhv edilməsinə dair proqramlar və qərarlar dayandırılmış, lakin alimlər buna etiraz etmişlər. Zirinc bitkisinin yox edilməsi 1990-cı ilə qədər davam etdirilmiş, hal-hazırda da bəzi regionlarda bu proses davam edir [4].

Müasir dövrümüzdə alimlər pas göbələklərinə davamlı taxıl sortları yetişdirməyə çalışmış və bu sahədə böyük uğurlar əldə etmişlər. Bununla belə zirinc bitkisinin taxılçılıq zonası olmayan sahələrdə əkilməsi və becərilməsi daha məqsədəuyğundur. Həmçinin insan həyatında mühüm rol oynayan və tibbi xüsusiyyətlərinə görə ilk sıralarda duran bu bitkinin dünyanın müxtəlif yerlərində məhv edilməsinə yol verilməməlidir.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz pas göbələklərindən başqa zirinc üzərində başqa növ göbələklər də (Diplodia berberidis, Microsphaera berberidis, Phyllosticta berberidis, Fusarium oxysporum, Verticillium albo-atrum, *Ascochyta berberidina, Septoria berberidis, Fumago vagans* və s.) xəstəlik əmələ gətirir. Bu tip xəstəliklərindən biri də yarpaq üzərində formalaşan ləkələrin əmələ gəlməsidir. Bu ləkələr müxtəlif patogen göbələklərin təsiri nəticəsində yaranır. Qəhvəyi, ağ, qara ləkələr hər hansı qoruyucu tədbir görülməzsə daha da çoxalaraq bitkinin qurumasına səbəb ola bilir. Bitkiləri müxtəlif göbələk əleyhinə funqisidlərdə dərmanlamaq, xəstəliyə tutulmuş ləkəli yarpaqları və budaqları qoparıb atmaq və bitkinin dibinin yumşaltmaqla bitkini qorumaq olar. Parazit göbələklər nəm olan yerlərdə daha sürətlə inkişaf etdiyindən torpağın yumşaldılaraq suyun alt qatlara da keçməsinə şərait yaratmaq lazımdır.

Zirinc bitkisini əkərkən onun köklərinə və gövdəsinə diqqət verməli və bitkini bol günəşli yerə əkmək lazımdır. Yayda zirinc koluna həftədə 1 dəfə olmaqla 6-9 litr su verilə bilər. Hər il bitkinin kolu qurumuş və çürümüş hissələrdən təmizlənməlidir.

Zirincdə "bakterial xərçəng" adlı xəstəliyə də tez-tez rast gəlmək olur. Bu xəstəlik zamanı zirincin tumurcuqları qəhvəyi rəng alır və qabıqda, zoğların alt hissəsində iri şişkinlik əmələ gəlir ki, xəstəliyin adı da buradan yaranıb. Zirinc bitkisində bu xəstəliyin qarşısını almaq üçün yazda bordo məhlulu ilə bitki dərmanlanmalı və ya xəstə zoğlar və yarpaqlar kəsilib atılmalıdır.

Zirincə zərərverən həşəratlar da var ki, bu da bitkinin qurumasına səbəb ola bilir. Bunlardan yarpaq biti- Liosomaphis berberidis ən geniş yayılan zirincin zərərvericisidir. Zirincin yarpaq biti sarı-qırmızı rəngdə, 1-2 mm. ölçüdə olub, zirinc yarpağının saplaq hissəsində yaşayaraq, sürətlə çoxalan zərərvericilərdəndir. Bu da yarpağın deformasiyaya uğramasına və rənginin dəyişməsinə səbəb olaraq yarpaqlarda gedən assimilyasiya proseslərini pozur. Bu həşəratların olub-olmamasını zirincdə müəyyən etmək üçün bitkini çiçəkləmə və yarpaqəmələgətirmə zamanı nəzarətdə saxlamaq lazımdır. Sabun köpüyü ilə tütün qarışdırılaraq yarpaq saplaqlarına vurmaqla bu zərərvericiləri məhv etmək mümkündür.

Digər zirinc zərərvericisi olan zirinc güvəsi-zirincin yarpaqlarını, çiçəklərini və toxumlarını yeyərək onlara zərər verər. Bunlara qarşı mexaniki mübarizə aparmaqla bitkini qorumaq olar.

Tədqiqatın metod və materialı

Apardığımız tədqiqat işləri zamanı Naxçıvan MR-də Zirinckimilər fəsiləsinin zirinc cinsinə daxil olan növlərin daha çox yayıldığı Ordubad, Şahbuz, Culfa rayonlarına ekspedisiya marşrutları həyata keçirdik. Növlərdə yayılan xəstəliklər haqqında qeydlər apararaq, müxtəlif fotoşəkillər də çəkdik. Zirinc yarpaqlarında rast gəlinən pas göbələkləri olan bitkilərdən nümunələr toplanılaraq herbarilər hazırlandı.

Apardığımız tədqiqat zamanı Naxçıvan MR-in müxtəlif rayonlarında, xüsusilə də şəhər mərkəzlərində olan zirinc növlərində müşahidələr apardıq. Naxçıvan şəhərində yaşıllaşdırma işlərində xüsusi olaraq istifadə olunan zirincə demək olar ki, hər yerdə rast gəlmək olur. Yaşıllaşdırma və peyzaj işlərində ən çox Yapon zirincindən - Berberis thunbergii, onun müxtəlif formalı və gözəl görünüşə malik olan sortlarından istifadə olunmuşdur. Həmçinin adi zirinc (Berberis vulgaris), şərq zirinci (Berberis orientalis) və gürcü zirincindən (Berberis iberica) də yol boyunca yaşıllaşdırma işlərində istifadə edilmişdir. Qışda əksəriyyəti yarpağını tökməyən formalara da rast gəlinir. Soyuq aylarda zirinc üzərində qırmızı, narıncı və s. rəngli meyvələri görmək olur. Bu meyvələr qışda yem tapa bilməyən yerli quşlar üçün önəmli qida mənbəyidir. Ən çox 40-50 il yaşaya bilən zirinc kolları qışda qarla örtülərək möhtəşəm görünüşə sahib olur. Tunberq zirincinin bənzərsiz rəng tonuna malik olan Atropurpurea adlı dekorativ forması yazdan qışa doğru müxtəlif rəngli yarpaqlara bürünür və ətraf mühitin yaşıl rəngli bitkiləri ilə təzad təşkil edir.

Müşahidə apardığım bitkilərə mütəmadi qulluq edildiyindən həşərat zərərvericilərə az halda rast gəlmək olar. Quru budaqları və zədəli yarpaqları daim təmizlənərək müəyyən formalar verilmişdir.

Nəticə

Naxçıvan MR-in təbii sərvətlərindən biri də onun bitkiləridir. Yabanı halda yayılmış bu bitkiləri qorumaq və onların azalmasının qarşısını almaq hər bir vətəndaşımızın borcudur. İndiki dövrümüzdə zirincin qiymətli xüsusiyyətləri olan digər bitkilər kimi bioloji ehtiyatı azalmaqdadır. İnsanlar bu bitkini həddindən artıq tikanlı olmasına görə bütöv şəkildə budaqlı, zoğlu qıraraq istifadə edirlər. Bu səbəbdən isə bitki zamanla qurumağa başlayır. Həmçinin müəyyən dövrlərdə yanacaq kimi də istifadə edildiyinə görə ehtiyatı azalaraq, müəyyən yerlərdə talalar şəklində rast gəlinir.

Ədəbiyyat

1. Cəfərov, İ. (2012) Fitopatologiya. Dərs vəsaiti, Bakı: “Elm”, 1-561.
2. İbrahimov, A.Ş. Abdulova, Z.A. Mehdiyeva, L.N. (2008) Mikologiya. Dərslik, Bakı: “Bakı Universiteti” nəşriyyatı, 1-324.
3. Barta A., A brief history of common barberry eradication in Wisconsin, 1918 to 1976 (and beyond?), 2018, 1-38.
4. Paul David Peterson, The common barberry: The past and present situation in Minnesota and the risk of wheat stem rust epidemics. A dissertation submitted to the Graduate Faculty of North Carolina State University in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Doctor of Philosophy, 2003, 1-199.
5. Синяк, Е.В. Стеблевая ржавчина (возбудитель *Puccinia graminis* f.sp. *tritici* Erikss. et Henn.) - опасное заболевание пшеницы на Северном Кавказе / Е.В. Синяк, Г.В.Волкова // Материалы 8-й региональной наутао-практической конф.

Молодых ученых «Научное обеспечение агропромышленного комплекса». Краснодар. 2006, 127 - 129 (авт. вклад 70 %).

PREVAILING PESTS AND DISEASES OF BARBERRY AND MEASURES TO OVERCAME THEM

Natiga Salmanova
Nakhchivan University, Nakhchivan, Azerbaijan

Barberry (*Berberis* L.) is one of the plants that can be grown in any soil and does not require care. However, barberry can also require a certain amount of care for the plant to grow well, flower, and yield good crop. Species of barberry (*Berberis* L.) belonging to the family *Berberidaceae* Juss. - *b. vulgaris, b. iberica, b. densiflora, b. sphaerocarpa, b. orientalis, b. integerrima* are widely encountered in the Nakhchivan Autonomous Republic at an altitude of 1100-2300 meters, in the mountains, on bare rocks, in the riverbed, adapted to the climate of the autonomous republic, not demanding climatic factors. In order to propagate barberry species and use them widely in landscaping, it is necessary to know the organisms that harm them, the diseases caused by pests, and ways to combat them. Studies have shown that the main pathogens in barberry species are fungi. Bacteria, pests and other similar organisms are also considered barberry pests. These pests cause poor plant growth, reduced productivity, or eventual destruction. It should be noted that along with living organisms, climatic factors also play an important role in the life, growth and development of plants, and in the course of metabolism. Thus, barberry planted in urban centers is resistant to adverse climatic factors. However, too much water in dusty and polluted air or soil can disrupt the respiration of its roots, cause it to lose its decorative appearance, or cause the plant to dry out. In this article, we provide information about barberry pests, especially diseases caused by rust fungi in barberry, its consequences and measures taken to protect the plant.

Key words: Barberry, rust fungus, wheat, barberry eradication, plant diseases

ОСНОВНЫЕ ВРЕДИТЕЛИ, БОЛЕЗНИ ВИДОВ, ВХОДЯЩИХ В РОД БАРБАРИС (*BERBERIS* L.) И МЕРОПРИЯТИЯ БОРЬБЫ ПРОТИВ НИХ

Натига Салманова
Университет Нахчыван, Нахчыван, Азербайджан

Барбарис (*Berberis* L.) -одно из растений, который можно культивировать во всякой почве и не требующий особого ухода. Вместе с тем, для хорошего развития, цветения, для обильного урожая этому растению нужен уход. Виды рода барбарис семейства Барбарисовые- барбарис обыкновенный (*b.vulgaris*), барбарис грузинский (*b.iberica*), барбарис восточный (*b. orientalis*), барбарис разноножковый (*b.heteropoda*), барбарис цельнокрайный (*b.integerrima*), барбарис густоцветковый (*b.densiflora*) широко распространены в Нахчыванской АР, на высоте 2300 метров, в горных местностях, на крутых скалах, на ложе рек, приспособленное к местному климату, не требовательно к климатическим факторам. Для размножения и широкого использования в озеленении надо изучить вредные организмы, созданные ими болезни и способы борьбы с ними. В результате исследований обнаружено, что основной распространитель болезней этого растения- грибы. А также бактерии, вредные насекомые и другие подобные организмы считаются вредителями барбариса. Эти вредители становятся причиной слабого развития снижения урожайности и, в конечном итоге, гибели растения. Наряду с живыми организмами климатические факторы тоже играют большую роль в развитии и в процессе обмена веществ растения. Итак, посаженных в городских центрах барбарис стойкий к неблагоприятным климатическим условиям. Но пыльная и грязная погода, чрезмерно большое количество воды в почве приводят к расстройству дыхания корня, к нарушению декоративного вида или высыханию растения. В этой статье даны сведения о вредителях, особенно о грибах о болезнях барбариса и о мероприятиях для защиты этого растения.

Ключевые слова: Барбарис, ржавчинный гриб, пшеница, уничтожение барбариса, болезни растений

Daxil oldu: 1.05.2021; Çapa qəbul edildi: 15.06.2021; Çap edildi: 17.08.2021

ELMİ XƏBƏRLƏR | Riyaziyyat və təbiət elmləri seriyası, 1/2021, səh. 27-42

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ГРАНИЧНЫМ ФУНКЦИОНАЛОМ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО СТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ КВАЗИОПТИКИ СО СПЕЦИАЛЬНЫМ ГРАДИЕНТНЫМ СЛАГАЕМЫМ

Мерве Зенгин
Натиг Ибрагимов
Габил Ягуб

Кафказ университет, Карс, Турция
Лянкяранский государственный университет, Лянкярань, Азербайджан
Кафказ университет, Карс, Турция

э-почта: gabilya@mail.ru
э-почта: natiq_ibrahimov@mail.ru
э-почта: merveezengin14@gmail.com

Аннотация. В данной работе рассматривается задача оптимального управления для нелинейного стационарного одномерного уравнения квазиоптики со специальным градиентным слагаемым, когда критерий качества является интегралом по границе области и роль управления играют коэффициенты преломления и поглощения среды. При этом доказываются теоремы существования и единственности решения рассматриваемой задачи оптимального управления.
Ключевые слова: уравнение квазиоптики, задача оптимального управления, градиентное слагаемое, коэффициенты преломления и поглощения

Введение

Задачи оптимального управления для линейного и нелинейного стационарного уравнения квазиоптики или для линейного и нелинейного нестационарного уравнения Шредингера часто возникают в квантовой механике, ядерной физике, нелинейной оптике и в других областях современной физики и техники и изучение этих задач носит как теоретический, так и практический интересы $[1-3]$. Одной из таких задач является задачей движении заряженных частиц в которой потенциал является неизвестным и подлежит определению. Известно, что если заряженная частица в постоянном однородном магнитном поле движется и направление магнитного поля выбрано вдоль оси z, тогда движение такой частицы происходит в плоскости $(x,y)\in E_2$ и это движение обычно описывается двумерным линейным уравнением Шредингера со специальным градиентным слагаемым (см. $[1, стр.82]$). Подобные задачи оптимального управления для линейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым ранее изучены в работах [4, 5]. Отметим, что задачи задачи оптимального управления для линейного и нелинейного стационарного уравнений квазиоптики или нестационарного уравнений Шредингера без специального градиентного слагаемого и со специальным градиентным слагаемымв других постановках ранее подробно изучены в работах $[6-17]$ и др. Однако задачи задачи оптимального управления для нелинейного стационарного уравнения квазиоптики со специальным градиентным слагаемым и с интегральным критерием качества по границе области наиболее мало исследованы. Поэтому данная работа, посвященная изучению задачи оптимального управления для нелинейного стационарного уравнения квазиоптики со специальным градиентным слагаемым , когда управления являются коэффициентами преломления и поглощения среды и выбираются из класса измеримых ограниченных функций, зависящих от переменной z и имеющих измеримых ограниченных производных, а критерий качества является интегралом по границе области, представляет немалый научный интерес.

2. Постановка задачи

Пусть $l>0$, $L>0$ - заданные числа, $0\le x\le l$, $0\le z\le L$, $\Omega_z\equiv(0,l)\times(0,z),\Omega=\Omega_L$; $C^k([0,L],B)$- банахово пространство функций, k-раз непрерывно дифференцируемых на отрезке $[0,L]$ со значениями в банаховом пространстве B; $L_p(0,l)$-лебегово пространство функций, суммируемых по модулю на промежутке $(0,l)$ со степенью $p\ge 1$; $L_2(0,L;B)-$ банахово пространство функций, определенных и суммируемых по модулю с квадратом на отрезке $[0,L]$ со значениями в банаховом пространстве B; $L_\infty(0,L;B)-$банахово пространство измеримых ограниченных на $(0,L)$ функций со значениями в банаховом пространстве B; Соболевы пространства $W_p^k(0,l),W_p^{k,m}(\Omega)$ $p\ge 1,\ k\ge 0,\ m\ge 0$, определены, например, в работах $[18-20]$.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления о минимизации функционала:

$$J_\alpha(v)=\beta_0\left\|\psi(0,.)-y_0\right\|^2_{L_2(0,L)}+\beta_1\left\|\psi(l,.)-y_1\right\|^2_{L_2(0,L)}+\alpha\left\|v-\omega\right\|^2_H \tag{2.1}$$

на множестве:

$$V=\left\{v=v(z)=\left(v_0(z),v_1(z)\right):\ v_m\in W_2^1(0,L),\left|v_m(z)\right|\le b_m,\left|\frac{dv_m(z)}{dz}\right|\le d_m, m=0,1,\overset{0}{\forall} z\in(0,L)\right\}$$

при условиях:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_0(x)\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+ia_1(x,z)\frac{\partial\psi}{\partial x}-a(x)\psi+v_0(z)\psi+iv_1(z)\psi+$$

$$+a_2|\psi|^2\psi=f(x,z),(x,z)\in\Omega, \tag{2.2}$$

$$\psi(x,0)=\varphi(x),\ x\in(0,l), \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial\psi(0,z)}{\partial x}=\frac{\partial\psi(l,z)}{\partial x}=0, z\in(0,L), \tag{2.4}$$

где $i=\sqrt{-1}$; $b_m>0, d_m>0,\ m=0,1,\ \alpha\ge 0,\beta_0\ge 0,\beta_1\ge 0,\beta_0+\beta_1\ne 0$- заданные числа; комплексное число a_2 удовлетворяет условиям:

$$a_2=\operatorname{Re}a_2+i\operatorname{Im}a_2,\operatorname{Im}a_2(x)>0,\operatorname{Re}a_2<0,\operatorname{Im}a_2(x)\ge 2\left|\operatorname{Re}a_2\right|; \tag{2.5}$$

$a_0(x),a_1(x,z),a(x)$- измеримые ограниченные функции, удовлетворяющие условиям:

$$\mu_0 \le a_0(x) \le \mu_1,\ \overset{0}{\forall} x \in (0,l),\ \mu_0, \mu_1 = const > 0; \tag{2.6}$$

$$\left|\frac{da_0(x)}{dx}\right| \le \mu_2,\ \overset{0}{\forall} x \in (0,l),\ \mu_2 = const > 0; \tag{2.7}$$

$$|a_1(x,z)| \le \mu_3, \left|\frac{\partial a_1(x,z)}{\partial x}\right| \le \mu_4, \left|\frac{\partial a_1(x,z)}{\partial z}\right| \le \mu_5, \overset{0}{\forall}(x,z) \in \Omega,$$

$$a(0,z) = a(l,z) = 0, \mu_3, \mu_4, \mu_5 = const > 0; \tag{2.8}$$

$$\mu_6 \le a(x) \le \mu_7,\ \overset{0}{\forall} x \in (0,l),\ \mu_6, \mu_7 = const > 0; \tag{2.9}$$

$\varphi(x), f(x,z), y_0(z), y_1(z)$- комплекснозначные функции, удовлетворяющие условиям:

$$\varphi \in W_2^2(0,l), \frac{d\varphi(0)}{dx} = \frac{d\varphi(l)}{dx} = 0,\ f \in W_2^{0,1}(\Omega), y_0, y_1 \in L_2(0,L); \tag{2.10}$$

$\omega \in H$ - заданный элемент , $H \equiv W_2^1(0,L) \times W_2^1(0,L)$ и символ $\overset{0}{\forall}$ означает " при почти всех".

Задачу об определении функции $\psi = \psi(x,z) \equiv \psi(x,z;v)$ из условий (2.2)-(2.4) при каждом $v \in V$ будем называть редуцированной задачей. Ясно, что редуцированная задача является второй начально-краевой задач для нелинейного стационарного уравнения квазиоптики со специальным градиентным слагаемым.

Определене 2.1. При каждом $v \in V$ под решением редуцированной задачи (2.2)-(2.4) будем понимать функцию $\psi = \psi(x,z) \equiv \psi(x,z;v)$ из прстранства $B_1 \equiv C^0([0,L], W_2^2(0,l)) \cap C^1([0,L], L_2(0,l))$, удовлетворяющую уравнению (2.2) для почти всех $x \in (0,l)$ и любого $z \in [0,L]$, а начальным условиям (2.3) для почти всех $x \in (0,l)$ и краевым условиям (2.4) для почти всех $z \in (0,L)$.

Использу методику работ $[21-25]$ устанавливаем справедливость утверждения:

Теорема 2.1. Пусть комплексное число a_2 удовлетворяет условиям (2.5), а функции $a_0(x)$, $a_1(x,z), a(x)$, $\varphi(x)$, $f(x,z)$ удовлетворяют условиям (2.6)-(2.10). Тогда редуцированная задача (2.2)-(2.4) при каждом $v \in V$ имеет единственное решение из пространства B_1 и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\psi(\cdot,z)\|^2_{W_2^2(0,l)} + \left\|\frac{\partial \psi(\cdot,z)}{\partial z}\right\|^2_{L_2(0,l)} \le c_0\left(\|\varphi\|^2_{W_2^2(0,l)} + \|f\|^2_{W_2^{0,1}(\Omega)}\right), \forall z \in [0,L],$$

(2.11)

где $c_0 > 0$ не зависит от z .

Из вложения, $B_1 \subset C^0([0,l], L_2(0,L))$ следует, что функционал (2.1) имеет смысл.

3. Существование и единственность решения задачи оптимального управления

В этом параграфе будем изучить вопрос существования и единственности решения задачи оптимального управления (2.1)-(2.4). Поэтому сначала будем установить результат о существовании единственного решения этих задач.

Теорема 3.1. Пусть комплексное число a_2 и функции $a_0(x), a_1(x,z)$ $a(x)$, $\varphi(x), f(x,z), y_0(z), y_1(z)$ удовлетворяют условиям (2.5)-(2.10). Пусть, кроме того, $\omega \in H = W_2^1(0,L) \times W_2^1(0,L)$-заданный элемент. Тогда существует плотное подмножество G пространства H такое, что для любого $\omega \in G$ при $\alpha > 0$ задача оптимального управления (2.1)-(2.4) имеет единственное решение.

Доказательство опирается на следующее утверждение из невыпуклой оптимизации, указанное в работе [26] в следующей формулировке : если функционал $I_0(v)$ полунепрерывен снизу и снизу ограничен на замкнутом ограниченном множестве U равномерно выпуклого пространства X, тогда существует всюду плотное подмножество G этого пространства, что для любого $\omega \in G$ и $\alpha > 0$ функционал $I_\alpha(v) = I_0(v) + \alpha\|v - \omega\|_X^2$ достигает наименьшее значение на единственном элементе множества U.

Сперва докажем непрерывность функционала $J_0(v)$ на множестве V. При принятых условиях функционал $J_0(v)$ примет вид:

$$J_0(v) = \beta_0\|\psi(0,.) - y_0\|_{L_2(0,L)}^2 + \beta_1\|\psi(l,.) - y_1\|_{L_2(0,L)}^2. \tag{3.1}$$

Пусть $\delta v \in B = W_\infty^1(0,L) \times W_\infty^1(0,L)$- приращение любого элемента $v \in V$ такое, что $v + \delta v \in V$ и $\delta\psi = \delta\psi(x,z) \equiv \psi(x,z;v+\delta v) - \psi(x,z;v)$, где $\psi(x,z;v)$-решение редуцированной задачи (2.2)-(2.4) при $v \in V$. Из условий (2.2)-(2.4) следует, что функция $\delta\psi = \delta\psi(x,z)$ является решением следующей начально-краевой задачи:

$$i\frac{\partial\delta\psi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(a_0(x)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right) + ia_1(x,z)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x} - a(x)\delta\psi + \left(v_0(z) + \delta v_0(z)\right)\delta\psi +$$
$$+ i\left(v_1(z) + \delta v_1(z)\right)\delta\psi + a_2\left(|\psi_\delta|^2 + |\psi|^2\right)\delta\psi + a_2\psi_\delta\psi\delta\bar{\psi} =$$
$$= -\delta v_0(z)\psi(x,z) - i\delta v_1(z)\psi(x,z), (x,z) \in \Omega, \tag{3.2}$$

$$\delta\psi(x,0) = 0, x \in (0,l), \frac{\partial\delta\psi(0,z)}{\partial x} = \frac{\partial\delta\psi(l,z)}{\partial x} = 0, z \in (0,L), \tag{3.3}$$

где $\psi_\delta = \psi_\delta(x,z) \equiv \psi(x,z;v+\delta v)$-решение редуцированной задачи (2.2)-(2.4) при $v + \delta v \in V$, $\delta v \in B$.

Установим оценку для решения начально-краевой задачи (3.2), (3.3) . С этой целью обе части уравнения (3.2) умножим на функцию $\delta\bar{\psi}(x,z)$ и полученное равенство проинтегрируем по области Ω_z. Тогда, используя формулу интегрирования по частям и граничные условия из (3.3), получим равенство,

$$\int_{\Omega_z}\left(i\frac{\partial\delta\psi}{\partial z}\delta\bar{\psi} - a_0(x)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 + ia_1(x,\tau)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\delta\bar{\psi} - a(x)|\delta\psi|^2 +\right.$$
$$+\left(v_0(\tau) + \delta v_0(\tau)\right)|\delta\psi|^2 + i\left(v_1(\tau) + \delta v_1(\tau)\right)|\delta\psi|^2 +$$
$$\left.+ a_2\left(|\psi_\delta|^2 + |\psi|^2\right)|\delta\psi|^2 + a_2\psi_\delta\psi\left(\delta\bar{\psi}\right)^2\right)dxd\tau =$$
$$= -\int_{\Omega_z}\delta v_0(\tau)\psi\delta\bar{\psi}dxd\tau - i\int_{\Omega_z}\delta v_1(\tau)\psi\delta\bar{\psi}dxd\tau, \forall z \in [0,L].$$

Из этого равенства вычитывая его комплексное сопряжение и прибавляя к обеим частьям этого равенства слагаемое $\int\limits_{\Omega_z} \frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x} |\delta\psi|^2 dxd\tau$ получим равенство, из которого в силу условия для $a_1(x,z)$ и начального условия следует справедливость неравенства:

$$\int_0^l |\delta\psi(x,z)|^2 dx + 2\operatorname{Im} a_2 \int\limits_{\Omega_z} \left(|\psi_\delta|^2 + |\psi|^2\right)|\delta\psi|^2 dxd\tau \le 2b_1 \int\limits_{\Omega_z} |\delta\psi|^2 dxd\tau +$$
$$+2|a_2| \int\limits_{\Omega_z} |\psi_\delta||\psi||\delta\psi|^2 dxd\tau + 2\int\limits_{\Omega_z} |\delta v_0(\tau)||\psi||\delta\psi| dxd\tau +$$
$$+2\int\limits_{\Omega_z} |\delta v_1(\tau)||\psi||\delta\psi| dxd\tau + \int\limits_{\Omega_z} \left|\frac{\partial a_1(x,\tau)}{\partial x}\right| |\delta\psi|^2 dxd\tau, \forall z \in [0,L].$$

В этом неравенстве используя неравенство $2|\psi_\delta||\psi| \le |\psi_\delta|^2 + |\psi|^2$ и условия для комплексного числа a_2, а также условие для функци $a_1(x,z)$ получим неравенство:

$$\int_0^l |\delta\psi(x,z)|^2 dx + \frac{1}{2}\operatorname{Im} a_2 \int\limits_{\Omega_z} \left(|\psi_\delta|^2 + |\psi|^2\right)|\delta\psi|^2 dxd\tau \le (2b_1 + \mu_4) \int\limits_{\Omega_z} |\delta\psi|^2 dxd\tau +$$
$$+2\int\limits_{\Omega_z} |\delta v_0(\tau)||\psi||\delta\psi| dxd\tau + 2\int\limits_{\Omega_z} |\delta v_1(\tau)||\psi||\delta\psi| dxd\tau, \forall z \in [0,L].$$

Из этого неравенства с применением неравенства Коши-Буняковского и оценки оценки (2.11) получим справедливость неравенства:

$$\|\delta\psi(.,z)\|^2_{L_2(0,l)} + \frac{1}{2}\operatorname{Im} a_2 \int\limits_{\Omega_z} \left(|\psi_\delta|^2 + |\psi|^2\right)|\delta\psi|^2 dxd\tau \le$$
$$\le (2b_1 + \mu_4 + 2) \int\limits_{\Omega_z} |\delta\psi|^2 dxd\tau + c_1\left(\|\delta v_0\|^2_{L_\infty(0,L)} + \|\delta v_1\|^2_{L_\infty(0,L)}\right), \forall z \in [0,L]. \tag{3.4}$$

Из этого неравенства с помощью леммы Гронуолла получим справедливость оценки:

$$\|\delta\psi(.,z)\|^2_{L_2(0,l)} \le c_2\left(\|\delta v_0\|^2_{L_\infty(0,L)} + \|\delta v_1\|^2_{L_\infty(0,L)}\right), \forall z \in [0,L]. \tag{3.5}$$

Здесь постоянная $c_2 > 0$ не зависит от δv. Учитывая эту оценку в неравенстве (3.4) оттуда получим справедливость следующей оценки:

$$\|\delta\psi(.,z)\|^2_{L_2(0,l)} + \frac{1}{2}\operatorname{Im} a_2 \int\limits_{\Omega_z} \left(|\psi_\delta|^2 + |\psi|^2\right)|\delta\psi|^2 dxd\tau \le$$
$$\le c_3\left(\|\delta v_0\|^2_{L_\infty(0,L)} + \|\delta v_1\|^2_{L_\infty(0,L)}\right), \forall z \in [0,L]. \tag{3.6}$$

Здесь постоянная $c_3 > 0$ не зависит от δv.

Теперь оценим $\frac{\partial \delta\psi}{\partial x}$. С этой целью обе части уравнения (3.2) на функцию $\Lambda\delta\bar{\psi} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(a_0(x)\frac{\partial \delta\bar{\psi}}{\partial x}\right) + a(x)\delta\bar{\psi}$ и проинтегрируемпо области Ω_z. Тогда используя формулу для $\Lambda\delta\bar{\psi}$ и формулу интегрирования по частям имеем:

$$\int\limits_{\Omega_z} i\frac{\partial \delta\psi}{\partial z}\Lambda\delta\bar{\psi} dxd\tau - \int\limits_{\Omega_z} |\Lambda\delta\psi|^2 dxd\tau - i\int\limits_{\Omega_z} a_1(x,\tau)a_0(x)\frac{\partial \delta\psi}{\partial x}\frac{\partial^2 \delta\bar{\psi}}{\partial x^2} dxd\tau +$$

$$-i\int_{\Omega_z} a_1(x,\tau)\left|\frac{da_0(x)}{dx}\right|\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 dxd\tau + i\int_{\Omega_z} a_1(x,\tau)a(x)\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\delta\overline{\psi}dxd\tau +$$

$$+\int_{\Omega_z} a_0(x)\left(v_0(\tau)+\delta v_0(\tau)\right)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 dxd\tau + i\int_{\Omega_z} a_0(x)\left(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\right)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 dxd\tau +$$

$$+\int_{\Omega_z}\left(v_0(\tau)+\delta v_0(\tau)\right)a(x)|\delta\psi|^2 dxd\tau + i\int_{\Omega_z}\left(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\right)a(x)|\delta\psi|^2 dxd\tau +$$

$$+\int_{\Omega_z} a_2a_0(x)\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(|\psi_\delta|^2+|\psi|^2\right)\delta\psi\right)\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau + \int_{\Omega_z} a_2a(x)\left(|\psi_\delta|^2+|\psi|^2\right)|\delta\psi|^2 dxd\tau +$$

$$+\int_{\Omega_z} a_2a_0(x)\frac{\partial}{\partial x}\left(\psi_\delta\psi\delta\overline{\psi}\right)\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau + \int_{\Omega_z} a_2a(x)\psi_\delta\psi\left(\delta\overline{\psi}\right)^2 dxd\tau =$$

$$=-\int_{\Omega_z}\delta v_0(\tau)a_0(x)\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau - i\int_{\Omega_z}\delta v_1(\tau)a_0(x)\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau -$$

$$-\int_{\Omega_z} a(x)\delta v_0(\tau)\psi\delta\overline{\psi}dxd\tau - i\int_{\Omega_z} a(x)\delta v_1(\tau)\psi\delta\overline{\psi}dxd\tau, \forall z\in[0,L]. \qquad (3.7)$$

Ясно, что имеют место равенства:

$$\int_{\Omega_z} a_2a_0(x)\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(|\psi_\delta|^2+|\psi|^2\right)\delta\psi\right)\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau = \int_{\Omega_z} a_2a_0(x)\left(|\psi_\delta|^2+|\psi|^2\right)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 dxd\tau +$$

$$+\int_{\Omega_z} a_2a_0(x)\left(\frac{\partial\psi_\delta}{\partial x}\overline{\psi}_\delta + \frac{\partial\overline{\psi}_\delta}{\partial x}\psi_\delta + \frac{\partial\psi}{\partial x}\overline{\psi} + \frac{\partial\overline{\psi}}{\partial x}\psi\right)\delta\psi\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau, \forall z\in[0,L], \qquad (3.8)$$

$$\int_{\Omega_z} a_2a_0(x)\frac{\partial}{\partial x}\left(\psi_\delta\psi\delta\overline{\psi}\right)\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau = \int_{\Omega_z} a_2a_0(x)\psi_\delta\psi\left(\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)^2 dxd\tau +$$

$$+\int_{\Omega_z} a_2a_0(x)\left(\frac{\partial\psi_\delta}{\partial x}\psi + \psi_\delta\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\delta\overline{\psi}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}dxd\tau, \forall z\in[0,L]. \qquad (3.9)$$

Если учесть эти равенства в (3.7), то оттуда получим равенство, из которого вычитывая его комплексное сопряжение получим справедливость следующего равенства:

$$\int_{\Omega_z} i\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial z}\Lambda\delta\overline{\psi} + \frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial z}\Lambda\delta\psi\right)dxd\tau - i\int_{\Omega_z} a_1(x,\tau)a_0(x)\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\overline{\psi}}{\partial x^2} + \frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\psi}{\partial x^2}\right)dxd\tau -$$

$$-2i\int_{\Omega_z} a_1(x,\tau)\left|\frac{da_0(x)}{dx}\right|\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 dxd\tau + i\int_{\Omega_z} a_1(x,\tau)a(x)\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\delta\overline{\psi} + \frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\delta\psi\right)dxd\tau +$$

$$+2i\int_{\Omega_z} a_0(x)\left(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\right)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 dxd\tau + 2i\int_{\Omega_z}\left(v_1(\tau)+\delta v_1(\tau)\right)a(x)|\delta\psi|^2 dxd\tau +$$

$$+i2\operatorname{Im}a_2\int_{\Omega_z} a_0(x)\left(|\psi_\delta|^2+|\psi|^2\right)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2 dxd\tau +$$

$$+2i\int_{\Omega_z}\operatorname{Im}\left(a_2a_0(x)\left(\frac{\partial\psi_\delta}{\partial x}\overline{\psi}_\delta + \frac{\partial\overline{\psi}_\delta}{\partial x}\psi_\delta + \frac{\partial\psi}{\partial x}\overline{\psi} + \frac{\partial\overline{\psi}}{\partial x}\psi\right)\delta\psi\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)dxd\tau +$$

$$+i2\operatorname{Im}a_2\int_{\Omega_z}a(x)\left(|\psi_\delta|^2+|\psi|^2\right)|\delta\psi|^2dxd\tau+2i\int_{\Omega_z}\operatorname{Im}\left(a_2a_0(x)\psi_\delta\psi\left(\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)^2\right)dxd\tau+$$

$$+2i\int_{\Omega_z}\operatorname{Im}\left(a_2a_0(x)\left(\frac{\partial\psi_\delta}{\partial x}\psi+\psi_\delta\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\delta\overline{\psi}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)dxd\tau+$$

$$+2i\int_{\Omega_z}\operatorname{Im}\left(a_2a(x)\psi_\delta\psi(\delta\overline{\psi})^2\right)dxd\tau=$$

$$=-2i\int_{\Omega_z}\delta v_0(\tau)a_0(x)\operatorname{Im}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)dxd\tau-2i\int_{\Omega_z}\delta v_1(\tau)a_0(x)\operatorname{Re}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\right)dxd\tau-$$

$$-2i\int_{\Omega_z}a(x)\delta v_0(\tau)\operatorname{Im}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau-2i\int_{\Omega_z}a(x)\delta v_1(\tau)\operatorname{Re}(\psi\delta\overline{\psi})dxd\tau,\forall z\in[0,L].\quad(3.10)$$

Преобразуя первое слагаемое левой части этого равенства и учитывая начальное условие из (3.3) и условие, что $\frac{\partial\delta\overset{0}{\psi}(x,0)}{\partial x}=0,\forall x\in(0,l)$ получим следующее равенство:

$$\int_{\Omega_z}\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial z}\Lambda\delta\overline{\psi}+\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial z}\Lambda\delta\psi\right)dxd\tau=$$

$$=\int_0^l a_0(x)\left|\frac{\partial\delta\psi(x,z)}{\partial x}\right|^2dx+\int_0^l a(x)|\delta\psi(x,z)|^2dx,\forall z\in[0,L].\quad(3.11)$$

С другой стороны второе слагаемое левой части равенства (3.10) можем написать в виде:

$$i\int_{\Omega_z}a_1(x,\tau)a_0(x)\left(\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\overline{\psi}}{\partial x^2}+\frac{\partial\delta\overline{\psi}}{\partial x}\frac{\partial^2\delta\psi}{\partial x^2}\right)dxd\tau=i\int_{\Omega_z}\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)a_0(x)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2\right)dxd\tau-$$

$$-i\int_{\Omega_z}\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,\tau)a_0(x)\right)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau,\forall z\in[0,L].\quad(3.12)$$

Учитывая это равенство и равенство (3.11) в левой части равенства (3.10) получим справедливость равенства, из которого с учетем условий на коэффициенты уравнения устанавливаем справедливость неравенства:

$$\mu_0\int_0^l\left|\frac{\partial\delta\psi(x,z)}{\partial x}\right|^2dx+\mu_6\int_0^l|\delta\psi(x,z)|^2dx+2\mu_0\operatorname{Im}a_2\int_{\Omega_z}\left(|\psi_\delta|^2+|\psi|^2\right)\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau+$$

$$+2\mu_6\operatorname{Im}a_2\int_{\Omega_z}\left(|\psi_\delta|^2+|\psi|^2\right)|\delta\psi|^2dxd\tau\le\left(\mu_4\mu_1+3\mu_3\mu_2+2\mu_1b_1\right)\int_{\Omega_z}\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau+$$

$$+2\mu_3\mu_7\int_{\Omega_z}\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right||\delta\psi|dxd\tau+2\mu_7b_1\int_{\Omega_z}|\delta\psi|^2dxd\tau+$$

$$+4\mu_1|a_2|\int_{\Omega_z}\left(\left|\frac{\partial\psi_\delta}{\partial x}\right||\psi_\delta|+\left|\frac{\partial\psi}{\partial x}\right||\psi|\right)|\delta\psi|\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|dxd\tau+2\mu_1|a_2|\int_{\Omega_z}|\psi_\delta||\psi|\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|^2dxd\tau+$$

$$+2\mu_1|a_2|\int_{\Omega_z}\left(\left|\frac{\partial\psi_\delta}{\partial x}\right||\psi|+|\psi_\delta|\left|\frac{\partial\psi}{\partial x}\right|\right)|\delta\psi|\left|\frac{\partial\delta\psi}{\partial x}\right|dxd\tau+2\mu_7|a_2|\int_{\Omega_z}|\psi_\delta||\psi||\delta\psi|^2dxd\tau+$$

$$+2\mu_1 \int_{\Omega_z} |\delta v_0(\tau)| \left|\frac{\partial \psi}{\partial x}\right| \left|\frac{\partial \delta\psi}{\partial x}\right| dx d\tau + 2\mu_1 \int_{\Omega_z} |\delta v_1(\tau)| \left|\frac{\partial \psi}{\partial x}\right| \left|\frac{\partial \delta\psi}{\partial x}\right| dx d\tau +$$

$$+2\mu_7 \int_{\Omega_z} |\delta v_0(\tau)| |\psi| |\delta\psi| dx d\tau + 2\mu_7 \int_{\Omega_z} |\delta v_1(\tau)| |\psi| |\delta\psi| dx d\tau, \forall z \in [0,L]. \tag{3.13}$$

Ввиду того, что пространство $W_2^2(0,l)$ вложено в пространствам $W_\infty^1(0,l), L_\infty(0,l)$ в силу оценки (2.11) можем установить справедливость неравенств:

$$\|\psi\|_{L_\infty(\Omega)} \le c_4, \|\psi_\delta\|_{L_\infty(\Omega)} \le c_4, \tag{3.14}$$

$$\left\|\frac{\partial \psi}{\partial x}\right\|_{L_\infty(\Omega)} \le c_5, \left\|\frac{\partial \psi_\delta}{\partial x}\right\|_{L_\infty(\Omega)} \le c_5. \tag{3.15}$$

С учетем этих неравенств и оценки (3.6) из неравенства (3.13) с применением неравенства Коши-Буняковского и леммы Гроноулла имеем:

$$\left\|\frac{\partial \delta\psi(.,z)}{\partial x}\right\|^2_{L_2(0,l)} \le c_8 \left(\|\delta v_0\|^2_{L_\infty(0,L)} + \|\delta v_1\|^2_{L_\infty(0,L)} \right), \ \forall z \in [0,L]. \tag{3.16}$$

Используя эту оценку и оценку (3.6) установим справедливость оценки:

$$\|\delta\psi(.,z)\|^2_{L_2(0,l)} + \left\|\frac{\partial \delta\psi(.,z)}{\partial x}\right\|^2_{L_2(0,l)} \le c_9 \|\delta v\|_B^2, \forall z \in [0,L]. \tag{3.17}$$

Интегрируя обе части этого неравенства по $z \in [0,L]$ имеем:

$$\|\delta\psi\|^2_{W_2^{1,0}(\Omega)} \le c_{10} \|\delta v\|_B^2. \tag{3.18}$$

С помощью теоремы о следах (см. $[27]$, стр. 170) получим справедливость оценки:

$$\|\delta\psi(0,.)\|^2_{L_2(0,L)} + \|\delta\psi(l,.)\|^2_{L_2(0,L)} \le c_{11} \|\delta v\|_B^2. \tag{3.19}$$

Здесь $c_{11} > 0$ не зависит от δv.

Теперь рассмотрим приращение функционала $J_0(v)$ на любом элементе $v \in V$. С помощью формулы (3.1) имеем:

$$\delta J_0(v) = J_0(v+\delta v) - J_0(v) = 2\beta_0 \int_0^L \mathrm{Re}\left[(\psi(0,z) - y_0(z)) \delta\bar{\psi}(0,z) \right] dz +$$

$$+2\beta_1 \int_0^L \mathrm{Re}\left[(\psi(l,z) - y_1(z)) \delta\bar{\psi}(l,z) \right] dz + \beta_0 \|\delta\psi(0,.)\|^2_{L_2(0,L)} + \beta_1 \|\delta\psi(l,.)\|^2_{L_2(0,L)}. \tag{3.20}$$

Используя оценку (2.11) нетрудно установить справедливость оценки:

$$\|\psi(0,.)\|^2_{L_2(0,L)} + \|\psi(l,.)\|^2_{L_2(0,L)} \le c_{12} \left(\|\varphi\|^2_{W_2^2(0,l)} + \|f\|^2_{W_2^{0,1}(\Omega)} \right). \tag{3.21}$$

Из формулы (3.20) применяя неравенство Коши-Буняковского и используя оценки (3.19), (3.21) получим справедливость неравенства:

$$|\delta J_0(v)| \le c_{13} \left(\|\delta v\|_B + \|\delta v\|_B^2 \right), \forall v \in V. \tag{3.22}$$

Из этого неравенства следует непрерывность функционала $J_0(v)$ на множестве V. Множество V является замкнутым ограниченным и выпуклым множеством пространства $B = W_\infty^1(0,L) \times W_\infty^1(0,L)$. Нетрудно доказать, что оно является замкнутым ограниченным и выпуклым множеством равномерного выпуклого пространства

$H = W_2^1(0,L)\times W_2^1(0,L)$ $[28]$. Тогда в силу сформулированного выше утверждения невыпуклой оптимизаци из работы $[26]$ существует плотное подмножество G из пространства H такое, что при любом $\omega \in G$ и при любом $\alpha > 0$ задача оптимального управления (2.1)-(2.4) имеет единственное решение. Теорема 3.1 доказана.

Теорема 3.2. Пусть выполнены условия теоремы 3.1. Тогда при любом $\alpha \geq 0$ и любом $\omega \in H$ задача оптимального управления (2.1)-(2.4) имеет хотя бы одно решение.

Доказательство. Возьмем любую минимизирующую последовательность $\{v^k\} \subset V$: $\lim\limits_{k\to\infty} J_\alpha(v^k) = J_{\alpha*} = \inf\limits_{v\in V} J_\alpha(v)$.Положим $\psi_k = \psi_k(x,z) \equiv \psi(x,z;v^k)$, $k = 1,2,\dots$. В силу теоремы 3.1 при каждом $v^k \in V$ редуцированная задача (2.2)-(2.4) имеет единственное решение $\psi_k(x,z)$ из пространства B_1 и для этого решения верна оценка:

$$\left\|\psi_k(\cdot,z)\right\|^2_{W_2^2(0,l)} + \left\|\frac{\partial \psi_k(\cdot,z)}{\partial z}\right\|^2_{L_2(0,l)} \leq c_0\left(\|\varphi\|^2_{W_2^2(0,l)} + \|f\|^2_{W_2^{0,1}(\Omega)}\right), k = 1,2,\dots \qquad (3.23)$$

для $\forall z \in [0,L]$, где правая часть оценки не зависит от k.

Поскольку множество V есть ограниченное множество банахова пространства $B = W_\infty^1(0,L)\times W_\infty^1(0,L)$, то из последовательности $\{v^k\} \subset V$ можно извлечь такую подпоследовательность $\{v^{k_p}\}$, которую для простоты изложения снова обозначим через $\{v^k\}$, что

$$v_m^k \to v_m, m = 0,1 \text{ (*) слабо в } L_\infty(0,L), \qquad (3.24)$$

$$\frac{dv_m^k}{dz} \to \frac{dv_m}{dz}, m = 0,1 \text{ (*) слабо в } L_\infty(0,L) \qquad (3.25)$$

при $k \to \infty$. Кроме того, V является замкнутым выпуклым множеством из B. Поэтому V есть (*) слабо замкнутое множество, то есть $v \in V$. Кроме того, пространство $B = W_\infty^1(0,L)\times W_\infty^1(0,L)$ компактно вложено в пространство $C[0,L]\times C[0,L]$. Тогда ясно, что имеет место следующие предельные соотношения:

$$v_m^k \to v_m, m = 0,1 \text{ сильно в } C[0,L] \text{ при } k \to \infty. \qquad (3.26)$$

Другими словами, последовательности $\{v_m^k(z)\}, m = 0,1$ сходятся равномерно по $z \in [0,L]$ к функциям $v_m(z), m = 0,1$.

Из оценки (3.23) следует, что последовательность $\{\psi_k(x,t)\}$ равномерно ограничена в норме пространства B_1 . Тогда из этой последовательности можно извлечь такую подпоследовательность $\{\psi_{k_p}(x,t)\}$, которую для простоты изложения снова обозначим через $\{\psi_k(x,t)\}$, что

$$\psi_k(\cdot,t) \to \psi(\cdot,t) \text{ слабо в } W_2^2(0,l); \qquad (3.27)$$

$$\frac{\partial \psi_k(\cdot,t)}{\partial t} \to \frac{\partial \psi(\cdot,t)}{\partial t} \text{ слабо в } L_2(0,l) \qquad (3.28)$$

для каждого $t \in [0,T]$ при $k \to \infty$.

Ясно, что каждый элемент $\{\psi_k(x,t)\}$ из B_1 удовлетворяет тождеству:

$$\int_0^l \left(i\frac{\partial\psi_k(x,z)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(a_0(x)\frac{\partial\psi_k(x,z)}{\partial x}\right) + ia_1(x,z)\frac{\partial\psi_k(x,z)}{\partial x} - a(x)\psi_k(x,z) + v_0^k(z)\psi_k(x,z) + \right.$$

$$\left. + iv_1^k(z)\psi_k(x,z) + a_2|\psi_k(x,z)|^2\psi_k(x,z) - f(x,t)\right)\bar{\eta}(x)dx, \forall z\in[0,T], k=1,2,... \quad (3.29)$$

для любой функции $\eta=\eta(x)$ из $L_2(0,l)$, начальному условию:

$$\psi_k(x,0)=\varphi(x),\ \overset{0}{\forall} x\in(0,l), k=1,2,... \quad (3.30)$$

и краевому условиям:

$$\frac{\partial\psi_k(0,z)}{\partial x} = \frac{\partial\psi_k(l,z)}{\partial x} = 0, \overset{0}{\forall} z\in(0,L), k=1,2,.... \quad (3.31)$$

В силу компактности вложения пространства B_1 в $C^0([0,L],L_2(0,l))$ и силу предельных соотношений (3.27), (3.28) имеем:

$$\|\psi_k(\cdot,z)-\psi(\cdot,z)\|_{L_2(0,l)} \to 0\ , \quad (3.32)$$

равномерно относительно $z\in[0,L]$ при $k\to\infty$. Используя это и предельные соотношения (3.26) можем установить справедливость соотношений:

$$\int_0^l v_m^k(z)\psi_k(x,z)\bar{\eta}(x)dx \to \int_0^l v_m(z)\psi(x,z)\bar{\eta}(x)dx, m=0,1, \quad (3.33)$$

$$\int_0^l a_2|\psi_k(x,z)|^2\psi_k(x,z)\bar{\eta}(x)dx \to \int_0^l a_2|\psi(x,z)|^2\psi(x,z)\bar{\eta}(x)dx \quad (3.34)$$

для каждого $z\in[0,L]$ и для любой а функции $\eta\in L_2(0,l)$ при $k\to\infty$. Действительно, можем написать следующие равенства:

$$\int_0^l v_m^k(z)\psi_k(x,z)\bar{\eta}(x)dx = \int_0^l v_m^k(z)(\psi_k(x,z)-\psi(x,z))\bar{\eta}(x)dx +$$

$$+\int_0^l (v_m^k(z)-v_m(z))\psi(x,z)\bar{\eta}(x)dx + \int_0^l v_m(z)\psi(x,z)\bar{\eta}(x)dx, m=0,1. \quad (3.35)$$

Сначала рассмотрим первое слагаемое правой части этого равенства:

$$\left|\int_0^l v_m^k(z)(\psi_k(x,z)-\psi(x,z))\bar{\eta}(x)dx\right| \le |v_m^k(z)|\int_0^l |\psi_k(x,z)-\psi(x,z)||\eta(x)|dx \le$$

$$\le |v_m^k(z)|\|\eta\|_{L_2(0,l)}\|\psi_k(.,z)-\psi(.,z)\|_{L_2(0,l)}, \forall z\in[0,L], \forall\eta\in L_2(0,l). \quad (3.36)$$

Ввиду того, что пространство $B=W_\infty^1(0,L)\times W_\infty^1(0,L)$ вложено в пространство $C[0,L]\times C[0,L]$ и для элементов подпоследовательности $\{v_m^k(z)\}, m=0,1$ справедливы неравенства:

$$|v_m^k(z)|\le b_m, \left|\frac{dv_m^k(z)}{dz}\right| \le d_m, m=0,1, \overset{0}{\forall} z\in(0,L) \quad (3.37)$$

можем написать следующие неравенства:

$$|v_m^k(z)|\le c_{42}\|v_m^k\|_{W_2^1(0,L)} \le c_{13}\sqrt{L}\left(\sqrt{b_m}+\sqrt{d_m}\right) = c_{14}, \forall z\in[0,L], m=0,1, k=1,2,... . \quad (3.38)$$

Здесь $c_{14}>0$ постоянная не зависит от k. С учетом этого из неравенства (3.36) для $\forall\eta\in L_2(0,l)$ получим следующие неравенства:

$$\left|\int_0^l v_m^k(z)\left(\psi_k(x,z)-\psi(x,z)\right)\overline{\eta}(x)dx\right| \le c_{14}\|\eta\|_{L_2(0,l)}\|\psi_k(.,z)-\psi(.,z)\|_{L_2(0,l)}, \forall z\in[0,L], m=0,1.$$

С учетем предельного соотношения (3.32) если переходить к пределу в обоих частях этих неравенств при $k\to\infty$ получим справедливость предельных соотношений:

$$\int_0^l v_m^k(z)\left(\psi_k(x,z)-\psi(x,z)\right)\overline{\eta}(x)dx\to 0, m=0,1,\forall\eta\in L_2(0,l) \quad (3.39)$$

для любого $z\in[0,L]$.

Теперь рассмотрим второе слагаемое правой части равенства (3.33). Для этого слагаемого можем написать следующие нераенства:

$$\left|\int_0^l \left(v_m^k(z)-v_m(z)\right)\psi(x,z)\overline{\eta}(x)dx\right| \le \left|v_m^k(z)-v_m(z)\right|\int_0^l\left|\psi(x,z)\overline{\eta}(x)\right|dx \le$$

$$\le \left|v_m^k(z)-v_m(z)\right|\|\psi(.,z)\|_{L_2(0,l)}\|\eta\|_{L_2(0,l)}, \forall z\in[0,L], m=0,1, k=1,2,... , \ \forall\eta\in L_2(0,l) .$$

В силу оценки (2.11) и условия $\eta\in L_2(0,l)$ из этого нервенства получим:

$$\left|\int_0^l \left(v_m^k(z)-v_m(z)\right)\psi(x,z)\overline{\eta}(x)dx\right| \le c_{15}\left|v_m^k(z)-v_m(z)\right|, \forall z\in[0,l] m=0,1, k=1,2,..., \ \forall\eta\in L_2(0,l).$$

Здесь $c_{15}>0$ постоянная не зависит от k. С учетем предельных соотношений если переходить к пределу в обеих частьях этих неравенств, то получим справедливость следующих предельных соотношений:

$$\int_0^l \left(v_m^k(z)-v_m(z)\right)\psi(x,z)\overline{\eta}(x)dx\to 0, m=0,1,\forall\eta\in L_2(0,l) \text{ при } k\to\infty . \quad (3.40)$$

Таким образом, используя предельные соотношения (3.39), (3.40) если переходить к пределу в обеих частьях равенств (3.35), то оттуда получим справедливость предельных соотношений (3.33).

Теперь установим справедливость предельного соотношения (3.34). С этой целью рассмотрим следующую разность:

$$\int_0^l a_2|\psi_k(x,z)|^2\psi_k(x,z)\overline{\eta}(x)dx-\int_0^l a_2|\psi(x,z)|^2\psi(x,z)\overline{\eta}(x)dx .$$

Эту разность можем оценить следующим образом:

$$\left|\int_0^l a_2|\psi_k(x,z)|^2\psi_k(x,z)\overline{\eta}(x)dx-\int_0^l a_2|\psi(x,z)|^2\psi(x,z)\overline{\eta}(x)dx\right| \le$$

$$\le|a_2|\int_0^l\left||\psi_k(x,z)|^2\psi_k(x,z)-|\psi(x,z)|^2\psi(x,z)\right||\eta(x)|dx\le$$

$$\le\frac{3}{2}|a_2|\int_0^l\left(|\psi_k(x,z)|^2+|\psi(x,z)|^2\right)|\psi_k(x,z)-\psi(x,z)||\eta(x)|dx, \forall z\in[0,L], k=1,2,... . \quad (3.41)$$

В силу оценок (2.11) , (3.23) и вложения пространства $W_2^2(0,l)$ в пространство $L_\infty(0,l)$ можем установить справедливость неравенств:

$$\|\psi(.,z)\|_{L_\infty(0,l)}\le c_{16}, \|\psi_k(.,z)\|_{L_\infty(0,l)}\le c_{16}, \forall z\in[0,l], k=1,2,... . \quad (3.42)$$

Применяя неравенство Коши-Буняковского из (3.41) имеем:

$$\left|\int_0^l a_2|\psi_k(x,z)|^2\psi_k(x,z)\overline{\eta}(x)dx-\int_0^l a_2|\psi(x,z)|^2\psi(x,z)\overline{\eta}(x)dx\right| \le$$

$$\le 3c_{16}^2|a_2|\|\eta\|_{L_2(0,l)}\|\psi_k(.,z)-\psi(.,z)\|_{L_2(0,l)}, \forall z\in[0,L], \forall\eta\in L_2(0,l)$$

для $k=1,2,...$. С учетом предельного сотношения (3.32) если переходить к пределу в обеих частьях этого неравенства, то при $k\to\infty$ получим справедливость предельного соотношения (3.34). Тогда, используя предельные соотношения (3.27), (3.28), (3.33), (3.34) если переходить к пределу в интегральном тождестве (3.291), то при $k\to\infty$ получим справедливость следующего интегрального тождества:

$$\int_0^l \left(i\frac{\partial\psi(x,z)}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_0(x)\frac{\partial\psi(x,z)}{\partial x}\right)+ia_1(x,z)\frac{\partial\psi(x,z)}{\partial x}-a(x)\psi(x,z)+v_0(z)\psi(x,z)+\right.$$

$$\left.+iv_1(z)\psi(x,z)+a_2|\psi(x,z)|^2\psi(x,z)-f(x,z)\right)\bar{\eta}(x)dx$$

для каждого $z\in[0,L]$ и для любой функции $\eta=\eta(x)$ из $L_2(0,l)$. Отсюда следует, что предельная функция $\psi(x,z)$ для каждого $z\in[0,L]$ и для почти всех $x\in(0,l)$ удовлетворяет уравнению (2.2).

Удовлетворение начального условия следует из предельного соотношения (3.32) при $z=0$, начального условия (3.30) и из следующего неравенства:

$$\|\psi(\cdot,0)-\varphi\|_{L_2(0,l)}\le\|\psi(\cdot,0)-\psi_k(\cdot,0)\|_{L_2(0,l)}+\|\psi_k(\cdot,0)-\varphi\|_{L_2(0,l)}.$$

Действительно, если с учетом предельного соотношения (3.32) при $z=0$ и условия (3.30) если переходить к пределу в обеих частьях этого неравенства, то при $k\to\infty$ получим справедливость соотношения:

$$\|\psi(\cdot,0)-\varphi\|_{L_2(0,l)}=0.$$

Отсюда следует, что предельная функция $\psi(x,z)$ начальному условию (2.3) для почти всех $x\in(0,l)$.

Наконец, докажем, что предельная функция $\psi(x,z)$ удовлетворяет вторым краевым условиям (2.4). Действительно, в силу леммы 3.4 работы $[21, c.98]$ и условия, что подпоследовательность $\{\psi_k(x,z)\}$ принадлежит пространству $B_1\subset W_2^{2,1}(\Omega)$ можем утверждать справедливость предельных соотношений:

$$\frac{\partial\psi_k(s,z)}{\partial x}\to\frac{\partial\psi(s,z)}{\partial x}, s=0,l \text{ слабо в } L_2(0,L) \tag{3.43}$$

при $k\to\infty$. Тогда, используя эти пределные соотношения и краевые условия (3.31), из равенств:

$$\int_0^L\frac{\partial\psi(s,z)}{\partial x}\bar{\eta}(z)dz=\int_0^L\left(\frac{\partial\psi(s,z)}{\partial x}-\frac{\partial\psi_k(s,z)}{\partial x}\right)\bar{\eta}(z)dz+\int_0^L\frac{\partial\psi_k(s,z)}{\partial x}\bar{\eta}(z)dz, s=0,l$$

с переходом к пределу получим справедливость краевых условий:

$$\frac{\partial\psi(0,z)}{\partial x}=\frac{\partial\psi(l,z)}{\partial x}=0,\overset{0}{\forall} z\in(0,L).$$

Таким образом, нами доказано, что предельная функция $\psi(x,t)$ является решением редуцированной задачи (2.2)-(2.4), соответствующим предельной функции $v\in V$, то есть $\psi=\psi(x,z)\equiv\psi(x,z;v)$. Кроме того, для этой функции справедлива оценка (2.11), которая непосредственно следует из оценки (3.23) с переходом к пределу по слабо сходящиеся подпоследовательности $\{\psi_k(x,z)\}$. В силу теоремы 2.1 такое решение единственно принадлежит пространству B_1. Используя слабую полунепрерывность снизу нормы пространств $L_2(0,L),H$, а также предельные соотношения: $v_m^k\to v_m, m=0,1$

слабо в $W_2^1(0,L)$, $\psi_k(s,.)\to\psi(s,.), s=0,l$ сильно в $L_2(0,L)$ при $k\to\infty$ для $\forall\alpha\geq 0$ и $\forall\omega\in H$ имеем:

$$J_{\alpha^*}\leq J_\alpha(v)\leq \underline{\lim}_{k\to\infty} J_\alpha(v^k)=\inf_{v\in V_0} J_\alpha(v)=J_{\alpha^*}.$$

Отсюда следует, что $v\in V$ является решением задачи оптимального управления (2.1)-(2.4) при $\alpha\geq 0$ и $\forall\omega\in H$. Теорема 3.2 доказана.

Литература

1. Бутковский, А.Г. (1984) Самойленко Ю.И.Управление квантовомеханическими процессами. М : Наука, 256 с.

2. Воронцов, М.А. (1985) Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М: Наука, 366 с.

3. Журавлев, В.М. (2001) Нелинейные волны в много компонентных системах с дисперсией и диффузией. Ульяновск, УлГУ, 200 с.

4. Akbaba, G.D. (2011) The optimal control problem with the Lions functional for the Schrödinger equation including virtual coefficient gradient. Master's thesis, Kars, 71 pp. (in Turkish).

5. Yagubov, G. (2012) Toyoğlu F., Subaşı M. An optimal control problem for two-dimensional Schrödinger equation // Applied Mathematics and Computation,vol. 218, iss.11, pp.6177-6187.

6. Искендеров, А.Д. (1988) Ягубов Г.Я. Вариационный метод решения обратной задачи об определении квантовомеханического потенциала // Докл. АН СССР, т. 303, № 5, с. 1044-1048.

7. Искендеров, А.Д. Ягубов, Г.Я. (1989) Оптимальное управление нелинейными квантово-механическими системами // Автоматика и телемехан., № 12, с. 27-38.

8. Ягубов, Г.Я. Мусаева, М.А. (1997) Об одной задаче идентификации для нелинейного уравнения Шредингера // Дифференц. уравнения, т.33, № 12, с. 1691-1698.

9. Baudouin, L. Kavian, O. Puel, J.P. (2005) Regularity for a Schrodinger equation with singular potentials and application to bilinear optimal control // J. DifferentialEquations, 216, p. 188-222.

10. Искендеров, А. Ягубов, Г. (2007) Оптимальное управление неограниченным потенциалом в многомерном нелинейном нестационарном уравнении Шредингера // Вестник Ленкоранского гос. ун-та. Сер. Естественных наук, Ленкорань, с. 3-56.

11. Искендеров, А.Д. Ягубов, Г.Я. Мусаева, М.А. (2012) Идентификация квантовых потенциалов. Баку, Чашыоглу, 548 с.

12. Ibragimov, N.S. (2010) On the existence of a solution to the identification problem based on the final observation for a multidimensional nonlinear stationary quasi-optics equation. Nauchnye Trudy, Azerb. Tech. Univ., Ser. Fundamental Sciences, No.2, pp.75-83. (in Russian)

13. Ibragimov, N.S. (2011) On one identification problem for a one-dimensional nonlinear stationary quasi-optic equation. Tavricheskiy Vestnik Informatiki i Matematiki, No.2, pp.17-29. (in Russian).

14. Ibragimov, N.S. (2012) The identification problem based on the final . observation for a multidimensional nonlinear stationary quasi-optics equation with a purely imaginary coefficient in the nonlinear part. Problems of Control and Informatics, No.4, pp.15-27. (in Russian).

15. Paşayev, A.M. İskenderov, A.D. Yagubov, G.Y. Musaeva M.A. (2020) Variation method solving of the inverse problems for Schrödinger-type equation // J. Inverse Ill Posed Probl., doi.org/10.1515/jiip-2020-0095, 12 pp.

16. Ягуб, Г. Ибрагимов, Н. Мусаева, М. Зенгин, М. (2017) Вариационный метод решения обратной задачи об определении квантового потенциала в нелинейном нестационарном уравнении Шредингера с комплексным кожффициентом в нелинейной части // Вестник Ленкоранского Государственного Университета, Естественные науки, серия 2, с. 7-30.

17. Искендеров, А.Д. Ягуб, Г. Салманов, В. Акцой, Н.Й. (2019) Задача оптимального управления для нелинейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом // Научные труды Нахичеванского Государственного Университета, Серия физико-математических и техн. наук, № 4 (101), с. 32-44.

18. Ладыженская, О.А. (1973) Краевые задачи математической физики. М: Наука, 408 с.

19. Ладыженская, О.А. (1967) Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные иквазилинейные уравнения параболического типа. М: Наука, 736 с.

20. Lions, J.-L. Magenes, E. (1972) Non-homogeneous boundary value problems and applications - vol. 2. Berlin, 307 p.

21. Ibragimov, N.S. (2010) Solvability of initial-boundary value problems for a multidimensional nonlinear stationary quasi-optics equation with a purely imaginary coefficient in the nonlinear part. News of Baku State University, Ser. Phys. Math. Sciences, No.3, pp.72-84. (in Russian).

22. Ibragimov, N.S. (2010) Solvability of initial-boundary value problems for a linear stationary equation of quasi-optics. International Journal of Caucasian University "Mathematics and Informatics", Vol.1, No.29, pp.61-70. (in Russian).

23. Ягубов, Г. Салманов, В. Ягубов, В. Зенгин, М. (2017) Разрешимость начально-краевых задач для нелинейного двумерного уравнения Шредингера // Научные труды Нахичеванского Государственного Университета, Серия физико-математических и технических наук, № 4 (85), с. 7-21.

24. Yagub, G. İbrahimov, N.S. and Zengin, M. (2018) The solvability of the initial-boundary value problems for a nonlinear Schrodinger equation with a special gradient term // Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry, № 2, pp. 214-232.

25. Искендеров, А. Ягуб, Г. Салманов, В. (2018) Разрешимость начально-краевой задачи для нелинейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом // Научные труды Нахичеванского Государственного Университета, Серия физико-математических и технических наук, № 4(93), с. 28-43.
26. Goebel, M. (1979) On existence of optimal control // Math. Nachr., vol. 93,p. 67-73.
27. Михайлов, В.П. (1983) Дифференциальные уравнения с частными производными. М.: Наука, 424 с.
28. Иосида, К. (1967) Функциональный анализ. М.: Мир, 624 с.

XÜSUSİ QRADİENT CƏMLİ QEYRİ-XƏTTİ STASİONAR KVAZİOPTİKA TƏNLİYİ ÜÇÜN SƏRHƏD FUNKSİONALI İLƏ OPTİMAL İDARƏETMƏ MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNİN VARLIĞI VƏ YEGANƏLİYİ

Merve Zengin
Natiq İbrahimov
Qabil Yaqub

Kafkas Universiteti, Kars, Türkiyə
Lənkəran Dövlət Universiteti, Lənkəran, Azərbaycan
Kafkas Universiteti, Kars, Türkiyə

Verilən işdə xüsusi qradient cəmli qeyri-xətti stasionar birölçülü kvazioptika tənliyi üçün keyfiyyətin ölçüsü sərhəd oblstı üzrə inteqrallandığı və idarəetmənin rolu mühitin kəsişmə və birləşmə əmsalları olduğu halda optimal idarəolunan məsələyə baxılır. Bununla da baxılan optimal idarəolunan məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi teoremləri isbat edilir.

Açar sözlər: kvazioptika tənliyi, optimal idarəolunma məsələsi, qradient cəmləri, kəsişmə və birləşmə əmsalları

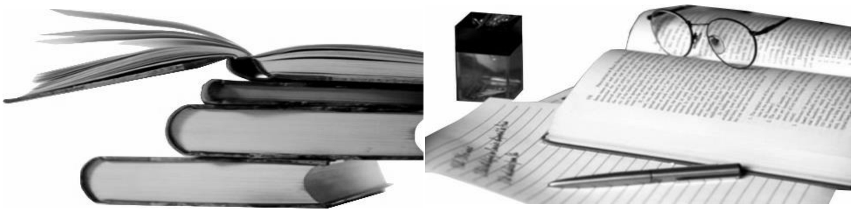
EXİSTENCE AND UNİQUENESS OF A SOLUTİON OF THE OPTİMAL CONTROL PROBLEM WİTH BOUNDARY FUNCTİONAL FOR NONLİNEAR STATİONARY QUASİ-OPTİCAL EQUATİON WİTH A SPECİAL GRADİENT TERM

Merve Zengin
Natig Ibragimov
Gabil Yagub
Kafkas University, Kars, Turkey
Lankaran State University, Lankaran, Azerbaijan
Kafkas University, Kars, Turkey

In this paper, we consider the optimal control problem for a nonlinear stationary one-dimensional quasi-optical equation with a special gradient term, when the quality criterion is an integral along the border of the area and the role of control is the intersection and junction coefficients of the condition. Herewith are proved the theorems of the existence and uniqueness of a solution of the optimal control problem.

Key words: quasi-optical equation, an optimal control problem, a gradient term, intersection and junction coefficients

Daxil oldu: 1.05.2021; Çapa qəbul edildi: 15.06.2021; Çap edildi: 17.08.2021



Elmi xəbərlər jurnalı Lənkəran Dövlət Universitetinin
mətbəəsində çap olunmuşdur

Yığıma verilmişdir: 15.06.2021
Çapa imzalanmışdır: 17.08.2021
Kagızın formatı: $64 \times 84^{1/8}$
Çap vərəqi: 22 c.v., tiraj: 100
Çap ofset üsulu ilə.

Ünvan: Az 4200, Lənkəran səhəri, General Həzi Aslanov xiyabanı 50
e-mail: elmi_meqale@lsu.edu.az
www.lsu.edu.az